

# 石巻専修大学における初年次数学教育について

渡辺 正芳\*

## First-Year Mathematics Education at Ishinomaki Senshu University

Masayoshi WATANABE<sup>1</sup>

*<sup>1</sup>Department of Biological Sciences, Faculty of Science and Engineering,  
Ishinomaki Senshu University, Miyagi 986-8580, Japan*

### 1. はじめに

近年の大学には、中学校までの数学が身に付いていない学生がある程度入学してくる。理系学部も例外ではない。もちろん、高校の数学Ⅲの微分積分までしっかりと勉強してくる学生も多い。このように多様な背景を持つ学生に対して、初年次の数学教育はどのようなものであるべきだろうか。

本稿では、学力格差のある学生に対する初年次数学教育のあり方について考える。そこで、石巻専修大学理工学部生物科学科の1年次必修科目である基礎数学Ⅰ・Ⅱ（内容は微分積分）に焦点を当て、講義の内容について検討する。著者が基礎数学の講義内で行った教育実践例を紹介し、全学で実施された授業評価アンケートをもとに教育の効果について考察したい。

講義においては、「学び直し」と「教養」を重視した教育方法を実践した。なぜ「学び直し」が重要か。本学理工学部では、高校の数学Ⅲを履修した上で入学してくる学生は3割程度であり、履修していたとしても暗記するだけで理解していない場合が多い。数学をしっかりと勉強してきたつもりでも、たとえば、 $(2/3) \times (4/5)$  がなぜ  $8/15$  になるのか、長方形の面積はなぜ縦かける横なのか、移項するときなぜ符号を変えるのか、などの質問にすぐ解答できる学生は少ない。講義では、簡単に思えることでも納得するまで考え抜く経験をしてもらうために、すべての学生に「学び直し」の姿勢を意識させた。ひとつひとつ最初から丁寧に説明することを徹底したことによって、アンケート結果では「分かりやすい」という回答が多かった。

なぜ「教養」が重要か。専修大学の教育理念として、社会知性（Socio-intelligence）の開発が掲げられている。広く学ぶことで心を豊かにし、卒業後も学び続ける姿勢をもち、地域社会に恩返してできるような学生を育てたい。数学の講義で貢献できることとして、すぐに役立つ公式ではなく、考え方を身に付けようとする姿勢を意識させた。また、知識の広がりや結びつきを理解してもらうために、関連書籍を紹介しながら数学と生物、数学と音楽、数学と歴史などが結びついている例を積極的に取り上げた。そうすることで、アンケート結果からは数学に興味をもつ学生の増加が読み取れた。

講義の内容を検討する際、理科の教員を志望する学生の存在は無視できない。教職課程に必要な科目として物理学や物理学実験があるため、これらの物理の理解に必要な数学、特に最低限の微分積分は教える必要があることに注意したい。

本稿の構成は以下の通りである。第2節では、基礎数学Ⅰ・Ⅱにおける微分積分の教育方法の実践例を紹介する。第3節では、大学全体で行われた授業評価アンケートの結果を報告する。第4節では、アンケート結果をもとに、「学び直し」と「教養」を重視した教育の効果についてまとめ、今後の課題を挙げる。

### 2. 「学び直し」と「教養」の微分積分

基礎数学Ⅰ（平成26、27年度）および基礎数学Ⅱ（平成26年度）における、微分積分の教育実践例に基づき、どのように「学び直し」を行ったのか、どのような本を紹介しながら「教養」のための微分積分の講義を行ったのかを報告する。

\*石巻専修大学理工学部生物科学科

基礎数学の受講人数は100名弱である。基礎数学は生物科学科1年次の必修科目であるが、受講生には生物科学科や生物生産工学科（改組前の学科）の2年次以降の学生も含まれる。また、平成26年度は経営学部の学生も数名受講した（科目名は数学Ⅰ・Ⅱ）。

講義の流れについて説明する。90分の講義のうち、約60分は黒板での解説である。なるべく堅い証明はせずに、厳密性は犠牲にしても図形などによる直観的な説明を心がけた。残りの約30分はその日の内容の確認問題を解いてもらっている。学生が解いている間は机間指導を行い、なるべく多くの学生に話しかけるよう心がけた。確認問題についてはその場で正解を配り、自ら間違いを訂正させた。答えはその日のうちに提出させ、コメントしてから次の週に返却した。

学生の自習を支援するために、復習のためのオリジナルプリントを作成し、解答と一緒に毎週配布した。板書の内容に対応する問題および追加の練習問題などを記載した。重要度を表す印や過去問であることも明記し、学生が復習しやすいよう工夫した。

### 基礎数学Ⅰ（前期、内容は主に微分）

前半では、算数や中学数学の考え方を学び直しながら、身近な自然現象や社会現象と数式（サイン・コサイン、指数・対数など）との関係について説明した（7回の講義と中間テスト）。後半では、その数式を微分することで変化の様子を知る方法を明らかにした（6回の講義と期末テスト）。

初回の講義では、8ページ程度のシラバス完全版を配布した。シラバス完全版とは、大学のホームページよりも詳しく、目標、計画、評価の計算方法、合格の目安、過去の結果（平均点、得点分布）、中学高校の教科書を含めた参考書、勉強の仕方、ノートの取り方、オフィス・アワー、質問の仕方、公式集、教養のための読書について、などを書いたものである。高校で学んできた歴史と数学を結びつけてもらうため、『マンガ おはなし数学史』<sup>(1)</sup>も紹介した。

全15回の基礎数学Ⅰの教育実践例は以下の通りである。

#### 第1回：数の世界1（ネイピア数 $e$ ）

最初に、なぜ  $(2/3) \times (4/5) = 8/15$  なのかを問いかけることにより、納得するまで戻って考えることの大切さを訴えた。成り立つ理由は面積を使って説明した。

ネイピア数  $e$  の導入として、クモの巣の一部を実際に紐を使って黒板に作り、この形には  $e$  が潜んでいるという話から始めた（『完訳 フェアブル昆虫記』<sup>(2)</sup>）。また、ガウディの建築物にもネイピア数が潜んでいることを紹介した（せんだいメディアテークにて開催された「特別展 ガウディ×井上雄彦」）。

ネイピア数  $e$  の正体をより具体的に知ってもらうために、複利計算を例に説明した。1万円を銀行に預けるとし、簡単のために1年間の合計金利を100%とする。2分の1年複利、3分の1年複利、4分の1年複利と続けていくと、最終的には  $e = 2.7\cdots$  万円となる。

#### 第2回：数の世界2（円周率 $\pi$ と虚数 $i$ ）

円周の長さは直径の何倍に見えるかを考えさせることによって、円周率の意味を学び直した。また、円の中に正六角形をかくて、円周率は3ではないことを確認した。教養として、古代ギリシャのエラトステネスが考えた地球の大きさの測り方を紹介し、数学を知る者が未知の世界の広さを認識できたことを述べた（織田『地図の歴史：世界篇』<sup>(3)</sup>）。

必要性を感じにくい虚数については、次の例を挙げた。まず、 $i$  倍することは、複素平面では  $90^\circ$  回転に対応していることを説明した。1を  $i$  倍すると  $i$  になり、さらに  $i$  倍すると  $i^2 = -1$  となることを確認した。 $i$  倍を続けることで円ができ、円から波を作ることが可能となる。虚数  $i$  は電流などを扱う世界では欠かせないものとなっている。虚数  $i$  が役立っている現場が描かれた『透明マントを求めて』<sup>(4)</sup> も紹介した。

まとめとして、 $e$  と  $i$  と  $\pi$  が  $e^{i\pi} = -1$  という驚くべき等式で結びつくこと紹介した（小川『博士の愛した数式』<sup>(5)</sup>）。

配布プリントにおいては、分数の割り算の意味を説明した。  $6 \div 2$  が6個のりんごを2個ずつ分けると何個になるかと考えられることから、

6 ÷ (1/2) は6個のりんごを1/2個ずつ分けると何個になるか、と考えることで納得させた。

### 第3回：サインとコサイン 1

等間隔に印を付けた紐によって3、4、5で直角三角形ができることを実演し、三角関数は古代エジプトの測量技術にはじまることを説明した。

三角関数を学ぶ準備として、ルートの意味と三平方の定理を学び直した。 $\sqrt{2}$  は「2乗すると2になるもの」という考え方で理解させた。身近な例として、A4とA3のコピー用紙を比べると、面積は2倍で長さは $\sqrt{2}$ 倍になっていることを見せた。コピー機の141%の表示は、実は $\sqrt{2}$ 倍を意味することに気付かせた。三平方の定理は図形の面積に注目することで、自然と「2乗すると何々になるもの」が現れることを説明し、式の意味を理解させた。

三角関数の値は、観覧車をイメージさせて、単位円を使って求める方法で説明した。暗記の必要はほとんどないことを強調した。

配布プリントにおいては、コオロギの鳴く回数と気温の関係を挙げ、直線の式とグラフについて復習させた（小島『数学でつまずくのはなぜか』<sup>(6)</sup>）。

### 第4回：サインとコサイン 2

円と波の結びつきを強調し、三角関数のグラフのかき方について説明した（結城『数学ガールの秘密ノート：丸い三角関数』<sup>(7)</sup>）。

波は、地震、音、光、脳波、バネ、シマウマの模様、同期現象など、さまざまな現象の記述に必要であることを紹介した（近藤『波紋と螺旋とフィボナッチ』<sup>(8)</sup>、蔵本『非線形科学 同期する世界』<sup>(9)</sup>）。おもちゃのバネを用意し、振動によって波ができることを実演したり、実際にメトロノームを三つ用意し、振動が同期することを実演した。

最後に、オイラーの公式  $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$  を紹介し、特別な場合として  $e^{i\pi} = -1$  が得られること、加法定理が鮮やかに導かれることを説明した。オイラーは目が見えなくなってからも論文を書き続けたというエピソードも話した。

### 第5回：指数と対数 1

世界の人口はどのように増えてきたか、紙を50回折ると厚さはどのくらいになるか、などを問いかけ、生物学の学習には欠かせない指数関数的増加の感覚を理解してもらった。チャールズ&レイ・イームズによる、 $10^n$  がイメージできる短編映画『Powers of Ten』(1977)も紹介した。

ゼロ乗、マイナス乗、分数乗などは暗記ではなく、すべて指数法則から自然と導かれることを説明した。分数乗の例として、哺乳類の寿命は体重の4分の1乗に比例することや（本川『ゾウの時間 ネズミの時間』<sup>(10)</sup>）、音楽における音階と指数の関係について述べた（高校の教科書『数学活用』<sup>(11)</sup>）。

### 第6回：指数と対数 2

人間の感覚は対数でできているという導入から始め（立田『世界は数学でできている』<sup>(12)</sup>）、「小さい数（底）を何乗すると大きい数（真数）になるか」という考え方によって対数の計算方法を説明した。

対数は昔の電卓の役割を果たし、天文学を進展させ航海に役立ったという話をした（吉田『零の発見』<sup>(13)</sup>）。ひと昔前には、電卓ではなく対数の考え方に基づく計算尺が使われていたことも話した。また、マグニチュードや火山の規模（島村『火山入門』<sup>(14)</sup>）など大きい数を扱う場合や、pHなど小さい数を扱う場合に便利であることを、グラフをかいて説明した。

### 第7回：指数と対数 3

実験などで必要となる対数グラフについて講義した。普通の日盛と対数日盛との関係を、対数の性質を使って納得させた。

対数グラフを使うことで、哺乳類の寿命は体重の4分の1乗に比例するという関係が見通しよくなることを実感させた。確認問題では、太陽系の惑星の公転半径と周期を対数グラフにプロットすることで、公転半径の3乗は公転周期の2乗に比例すること（ケプラーの第3法則）に気付かせた。

### 第8回：まとめ（中間テスト）

第9回：微分の考え方1

微分の意味を理解するための準備として、位置と速度の関係について説明した。横軸を時刻、縦軸を位置としたグラフを考え、速度が一定な場合の車と、止まっている車の様子をかいだ。グラフから速度を読み取るには直線の傾きを求めればよいことを説明し、微分への導入とした。

直線の式を微分すると傾きが出ること、定数を微分するとゼロになることは暗記すべき式ではなく、図によって納得するものであることを強調した。速度が変化する車の場合はどうしたらよいか考えることを宿題とした（結城『数学ガールの秘密ノート：微分を追いかけて』<sup>(15)</sup>）。

第10回：微分の考え方2

微分  $f'(x)$  の意味を理解することが基礎数学 I において最も重要である。 $x^2$  を微分するとなぜ  $2x$  になるのかを、図を使ってひとつひとつ丁寧に説明した。微分は思考の顕微鏡であるというイメージも話した（遠山『数学入門（下）』<sup>(16)</sup>）。

第11回：微分の計算1

$x^n$  の形を中心に微分の計算方法について説明した。応用例として、 $y = x^2$  のグラフである放物線は、パラボラアンテナ、車のヘッドライト、さらに光を集めるための植物の形にも見られることを紹介した。実際にライトを使い、光の影にも放物線が現れることを実演して見せた。

高校ではほとんど説明されない  $(3 \times x^2)' = 3 \times (x^2)'$  の図形的意味を確認した。また、大学で必須である微分の記号  $d/dx$  の使い方をダッシュの記号と比較しながら説明した。

第12回：微分の計算2

偏微分は2年次後期の解析学で詳しく扱うが、1年次の物理の授業で必要になるため計算方法だけは説明した。

積・商の微分公式の有用性を、 $x^2$  を  $x \times x$  や  $x^3/x$  と変形してから公式を使うことで示した。同時に、 $(x)' \times (x)'$  や  $(x^3)' / (x)'$  は間違いであることを注意した。

合成関数の微分は、 $(3x+1)^2$  を例に説明した。展開してから微分する方法と、 $dy/dx =$

$(dy/du) \times (du/dx)$  を使う方法によって納得させた。

第13回：サインとコサインの微分

なぜサインを微分するとコサインなのか、なぜコサインを微分するとマイナスが付くのかという理由を、証明するのではなくグラフから傾きを読み取ることで説明した。

例として、バネの加速度の話をした。バネの位置をサインとしたとき、速度はコサイン、加速度はマイナスサインとなる。これは加速度がバネを引き戻す方向に働いていることを意味する。また、洋服のそでにも三角関数が隠れていることを紹介した（遠山『数学入門（下）』<sup>(16)</sup>）。

第14回：指数と対数の微分

$y=2^x$  と  $y=3^x$  のグラフの原点における接線の傾きを比較することで、微分しても変わらないものは  $e^x$  であることを説明した。グラフを見ることで、 $x e^{x-1}$  とはならないことも注意した。指数の応用例として、医療の世界では薬が効く時間の計算に指数が使われていることを紹介した（篠崎『はたらく数学』<sup>(17)</sup>）。

対数  $\log|x|$  の微分もグラフを使って傾きを読み取ることで説明し、 $1/|x|$  とはならないことを注意した。応用として、対数微分法によって  $3^x$  が微分できるようになることを説明した。

第15回：まとめ（期末テスト）

基礎数学II（後期、内容は主に積分）

前半では、微分の考え方や計算方法を復習しながら、まずは近似の考え方について説明した。次に、細かくして足し合わせるという積分の考え方を説明し、微分と積分の関係によって面積が鮮やかに計算できる理由を解説した（7回の講義と中間テスト）。後半では、身近な例との結びつきを意識して積分計算の方法を説明した。最後に、立体の体積と曲線の長さの求め方について説明した（6回の講義と期末テスト）。

全15回の基礎数学IIの教育実践例は以下の通りである。

## 第1回：基礎数学Ⅱのあらすじ

980円をだいたい1000円と考えるように、 $e^x$ はだいたい $1+x$ であることを説明した。この近似の考え方からテイラー展開へ繋がることを話した。

積分の考え方として、円をうまく分割することによって円の面積が計算できることを学び直した。確認問題では、同じ考え方でドーナツの体積を求めさせた(神永『「超」入門 微分積分』<sup>(18)</sup>)。

微分によって位置から速度を求めることができたが、積分によって面積が計算できるようになると、逆に速度から位置が分かることを注意した。平成27年度は、面積の計算が松枯れの予防に使われている話をする(広田・川西編『こんなに役立つ数学入門』<sup>(19)</sup>)。

## 第2回：微分のおさらい

ずっと時速50kmの車を例に、位置から速度を求めるにはグラフの傾きを読み取ればよいことを確認し、速度が変化する場合はどう考えたらよかったかを復習した。微分 $f'(x)$ の意味を、図を使ってひとつひとつ最初から丁寧に説明し直した。

## 第3回：近似の考え方1

指数関数 $e^x$ を例に、近似の考え方について講義した。1次近似、2次近似の意味を、グラフをかいいて説明し、テイラー展開の式 $e^x = 1 + x/1! + x^2/2! + x^3/3! + \dots$ を導いた。証明はしないが、 $x=0$ を代入すると $e^0 = 1$ が得られ、 $x=1$ を代入するとネイピア数の式 $e = 1 + 1/1! + 1/2! + 1/3! + \dots$ が得られることから納得させた。また、微分しても変わらない性質を保つためにも階乗が必要であることを述べた。

近似の考え方の応用としては、 $120^3$ の近似値を $(1+x)^3$ の1次近似によって求めた。おおざっぱに考えるという1次近似的思考は粘菌の研究に生きていることを紹介し、学ぶ意味を強調した(中垣『粘菌 偉大なる単細胞が人類を救う』<sup>(20)</sup>)。

## 第4回：近似の考え方2

三角関数 $\sin x$ 、 $\cos x$ を例に、近似の考え方について講義した。1次近似、2次近似の意味をグ

ラフをかいいて説明し、テイラー展開の式を導いた。

応用として、指数関数と三角関数のテイラー展開の式から、オイラーの公式が導かれるという驚きの事実を述べ、面白さを実感させた。

## 第5回：積分の考え方1

古代エジプトの測量にみられる面積の求め方からはじまり、細かくして足し合わせるという積分の考え方を説明した。

まず、和 $1+2+3+\dots+n$ の求め方を、階段の図によって説明した。ここで、ガウスは少年時代に教えられることなく求めたというエピソードの紹介も行った。次に、記号 $\int_0^1 2x dx$ の意味を、ひとつひとつ丁寧に説明した。積分記号 $\int_0^1$ は0から1まで足し合わせることを意味し、 $2x dx$ は細い長方形の面積であることを強調した。

微分すると $2x$ になるもの、つまり $x^2$ が面積になっていることを確かめ、微分と積分の関係を使うと簡単に面積が求まることを実感させた。

## 第6回：積分の考え方2

まず、和 $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$ の求め方を説明した。和を $1+(2+2)+(3+3+3)+\dots$ と考え、同じ三角形を三つ組み合わせて鮮やかに求める方法を説明した。記号 $\int_0^1 x^2 dx$ は長方形の面積 $x^2 dx$ を、0から1まで足し合わせたものであることを再確認した。基本となる計算方法として、積分の公式は一切書かずに微分すると $x^2$ になるもの求め方を説明した。

面積の微小な変化 $\Delta S$ はほとんど長方形の面積 $x^2 \times \Delta x$ に等しいことを図で確認し、 $\Delta S/\Delta x \approx x^2$ から $dS/dx = x^2$ 、つまり面積を微分すると $x^2$ になることを説明した。微分すると $x^2$ になるものを見つければ、それが面積になっていることに気付かせた。このような微分と積分の関係性を発見したことにニュートンとライブニッツの偉大さがあることを述べた。

## 第7回：積分の考え方3

積分の性質 $\int_0^1 2x dx = 2 \int_0^1 x dx$ の意味を、図を用いて説明した。

次に、同じ形の積木を重ねていくと、どこまで

ずらすことができるのかという問題を考えた。結果として  $1+1/2+1/3+\dots$  を計算することになり、積分  $\int_0^{\infty} 1/x dx = \infty$  に繋がることを説明した。どこまでもずらすことができるという意外な結果を実感するために、平成 27 年度はティッシュボックスを使って学生の前で実演する。

#### 第 8 回：まとめ（中間テスト）

#### 第 9 回：不定積分

「微分すると何々になるもの」という不定積分の考え方について説明した。ボールの落下運動などを記述する微分方程式（運動方程式）の説明をした。2 年次の応用数学で詳しく扱うことになる変数分離を使って、先取り学習で解いてみせた。

#### 第 10 回：積分の計算 1

今度は、空気抵抗がある場合のボールの落下運動を考えた。そして、微分方程式を使って解くときに出てくる  $\int 1/\square dx$  の形の積分の求め方について説明した。積分は公式ではなく「微分すると何々になるもの」を試行錯誤して探すことの大切さを強調した。別解として、置換積分の方法も説明した。

#### 第 11 回：積分の計算 2

ウィルス感染者数のグラフから感染者数の累計を求めるときに出てくる  $\int e^{\square} dx$  の形の積分と、円の面積を縦に分割する方法で求めるときに必要な  $\int \cos \square dx$  の形の積分の求め方について説明した。

配布プリントに、江戸時代の『算法求積通考』<sup>(21)</sup>にある積分の考え方を駆使している図を載せることで、歴史の面から興味を持たせるようにした。

#### 第 12 回：積分の計算 3

バネの減衰振動やフーリエ解析に出てくる積の積分の求め方について講義した。周期的に訪れる氷期から気候変動の謎に迫る大河内『チェンジング・ブルー』<sup>(22)</sup>を紹介した。

計算方法は、部分積分を使って求める基本的な四つの積分  $\int x \sin x dx$ 、 $\int x \cos x dx$ 、 $\int x e^x dx$ 、 $\int \log x dx$  に絞って説明した。

#### 第 13 回：積分の応用 1

立方体をうまく分割すると、同じ形の四角錐が三つできる（神永『「超」入門微分積分』<sup>(18)</sup>）。これにより錐の体積はなぜ 3 分の 1 なのか直観的に説明をした。

次に、積分の考え方によって円錐の体積を求める方法を説明した。円錐を薄くスライスして、コイン状のものの体積を足し合わせる方法である。断面の半径が  $f(x)$  だとすると、断面積は  $\pi \times f(x)^2$  であるから、コインの体積は  $\pi \times f(x)^2 \times \Delta x$  となる。これを足し合わせることで積分  $\int_a^b \pi f(x)^2 dx$  が得られる。

#### 第 14 回：積分の応用 2

葛飾北斎の浮世絵やガウディの建築物に見られるカテナリーの長さを求めた。細かくして線分の長さ  $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$  を足し合わせることで、積分  $\int_a^b \sqrt{1 + (dy/dx)^2} dx$  が得られる。

#### 第 15 回：まとめ（期末テスト）

講義中や休み期間に入る前には、読書の習慣を促すためにも、次のような本を紹介した。

- 教養とは何かを考えるきっかけとして『池上彰の教養のススメ』<sup>(23)</sup>
- 大学での学び方を考えるきっかけとして『何のために「学ぶ」のか』<sup>(24)</sup>
- 数学者岡潔の随筆『春宵十話』<sup>(25)</sup>
- 批評家小林秀雄と数学者岡潔の対談『人間の建設』<sup>(26)</sup>
- 桜井進・坂口博樹『音楽と数学の交差』<sup>(27)</sup>
- 数学者藤原正彦のベストセラー『国家の品格』<sup>(28)</sup>
- 内山力『微分・積分を知らずに経営を語るな』<sup>(29)</sup>
- 竹内薫『理系バカと文系バカ』<sup>(30)</sup>

### 3. 授業評価アンケートの結果

平成 26 年度の基礎数学 I・II に対する授業評価アンケートの結果を報告する。アンケートは無記名であり、質問に 5 段階で答える選択回答欄（表 1）、および授業で良かったと思う点と良くない

かったと思う点について書く自由記述欄がある。なお、平成 27 年度は全学での授業評価アンケートは実施されていない。

### 選択回答欄

評価は、5：はい、4：まあそうである、3：どちらとも言えない、2：あまりそうとは言えない、1：いいえ、の 5 段階である。

授業の準備については、おおむね良い評価が得られた（すべての質問で 4.2 以上）。理由としては次のことが考えられる。

- 大学のホームページに記載のものより詳しいシラバス（A4 で 8 ページ程度）を作成し、初回の講義で配布したこと。
- 講義の約 30 分を使って、その日の内容に沿った確認問題を解き、答え合わせをすること。
- 講義内容に沿った復習のためのプリントおよび解答を毎週配布していること。

復習プリントには、板書の内容に対応する問題や追加の練習問題を載せている。重要度を表す印や過去問であることも明記し、学生が勉強しやすい

よう工夫したことも良い評価に繋がった。

コミュニケーションについては、数学の楽しさを伝えたい、学生を成長させたい、という姿勢が伝わったのか熱意は感じてもらえた（熱意の評価は 4.5 以上）。しかし、双方向の授業はできていないと感じた（評価は 4 未満）。確認問題の用紙に感想、質問、要望を書く欄を設け、毎週コメントして返却したが、不十分であった。

授業の成果については、内容理解の評価が 3.6 程度であり、講義内容の難易度設定が難しい問題として残った。

教職のためにも物理を学ぶ学生が困らない程度に、講義内容をさらに吟味する必要がある。その上で、宿題やレポートを課し、知識を定着させたい。

### 自由記述欄

「学び直し」と「教養」を重視した数学教育の効果が表れた回答を、原文のまま記載する。学び直しを重視したことによる効果、いろいろな分野の例を取り入れたことによる効果、教養のための本を紹介したことによる効果、の三つに分けて記載する。

表 1 基礎数学 I・II に対する授業評価アンケート  
カッコ内のポイントは大学全体の平均

分野	質問内容	基礎数学 I	基礎数学 II
学生の姿勢	• (あなたは) この授業を何回欠席しましたか。 5 (0 回)、4 (1 回)、3 (2 回)、2 (3 回)、1 (4 回以上)	4.67 (4.20)	4.65 (4.11)
	• この授業を意欲的に受講しましたか。	4.22 (3.99)	4.11 (4.00)
教員の準備	• シラバスに授業の目的や授業計画は具体的に示されていましたか。	4.28 (4.02)	4.20 (3.98)
	• シラバスに成績評価基準と評価方法は具体的に示されていましたか。	4.24 (4.02)	4.32 (4.00)
	• 授業はよく準備されていましたか。	4.41 (4.16)	4.39 (4.21)
	• 板書や配布物、提示資料はよみやすかったですか。	4.20 (3.99)	4.30 (4.02)
コミュニケーション	• 教員に熱意は感じられましたか。	4.52 (4.25)	4.61 (4.25)
	• 教え方 (教授法) はわかりやすかったですか。	4.13 (3.87)	4.20 (3.91)
	• 教員の一方的な授業ではなく、コミュニケーションはとれていましたか。	3.89 (3.77)	3.98 (3.86)
	• 教員の話し方は聞き取りやすかったですか。	4.19 (4.05)	4.41 (4.06)
	• 教員は教室内の勉学の環境を良好に保つよう、配慮していましたか。	4.19 (4.08)	4.23 (4.07)
授業の成果	• 内容を理解できましたか。	3.61 (3.63)	3.66 (3.66)
	• 考え方、能力、知識、技術などの向上に得るところがありましたか。	4.00 (3.90)	4.13 (3.94)
	• この授業の内容に関心がもてましたか。	4.00 (3.93)	4.04 (3.97)
	• この授業を総合的に判断すると良い授業だと思いましたか。	4.31 (4.10)	4.38 (4.11)

学び直しを重視したことによる効果

- 今まで公式は暗記でただ覚えていただけだったがなぜそうなるのか（公式の意味）を勉強することができたこと。
- 単に計算方法を覚えるのではなく、意味や本質から理解することができた。
- 高校の時は微分の意味を理解していなかったし、公式を使えば簡単に解けると思っていたのですが違いました。
- 高校までとちがいが、「なぜそういう計算結果になるのか」という理由を教えてくれたのでばくぜんとして暗記していた数学と違ったのがよかった。
- 微分の考え方をもっと理解していろいろなことを知りたいと思いました。
- 教え方が分かりやすく、数学が苦手な私にもよく理解できた。数学が楽しくなった。
- 良かったと思う点は高校の時より復習するようになった。
- 基礎の内容からやるので分かりやすく、テストの点が直接評価にひびくのでがんばる事ができた。
- 問題の解き方やそうなる理由まで細かく説明してくれたので、理解することができた。また、大切なことは暗記ではなく、考え方を学ぶことだと先生は言っていたが、その通りで、将来生きていくのに必要なものを教えてくれた。
- 1つのことをわかりやすく説明して理解しやすいです。
- 一つ一つの説明が計算過程や根拠が自分でも説明できるようになるくらい分かりやすかった。
- 公式をまるあんきさせるのではなく内容を工夫していたので覚えやすかった。
- 苦手であった数学にも関わらず、意欲的にとりくめた。
- 覚えさせるより考えさせる教え方。
- 確認問題のふりかえりの欄へのコメントが嬉しかったです。
- 数学の根本的な部分がたくさんわかったので、親しみやすくなった。

- 図がととても分かりやすい。また、複雑な問題は単純化した例から説明していて理解しやすかった。
- 公式の意味、でき方がわかった。
- 暗記的に微積を覚えるのではなく、論理的に考え方を教えてくれるのでとても分かりやすかった。

いろいろな分野の例を取り入れたことによる効果

- 微分や指数対数にはどのような意味があるのか。何に使われているのかなど、数学の中身から学ぶことができた点。
- 先生からの数学の熱意が感じられ、講義の内容に日常生活と関連づけた説明がありよかったです。
- 公式がなぜようになるかを分かりやすく解説していた。数学に「おもしろみ」を持たせるような授業だった。
- 接線の傾きを求める微分が日常生活のあらゆる場所に使われていることが分かった。
- 数学の知識が社会の役に立ち、微分でさらに世界が広がるのが興味深く感じました。
- 微分というのはとても奥が深い世界だと思いました。
- 積分などの説明のとき身近にある具体例を用いていた点。

教養のための本を紹介したことによる効果

- 小説を所々でオススメしてくれて小説に興味をもてた。
- 授業の始めに本を紹介してくれたこと。
- 毎回本の紹介があってよかった。

4. おわりに

「学び直し」と「教養」を重視した初年次数学教育には、授業評価アンケートからも教育効果があることが分かった。暗記よりも考え方の大切さを多くの学生が実感してくれたことは「学び直し」を重視したことの一歩の成果である。また、数学が以前より楽しくなったり、おもしろみを感じたり、興味深く感じた学生が現れたことは「教

養」を重視したことの成果である。

今後の課題を二つ挙げる。一つ目は、アンケート結果における授業の準備や教え方のわかりやすさは高評価であったにもかかわらず、それが内容の理解には結びついていないという点である。知識を定着させるために、宿題やレポートによる学習支援を行う必要性を感じた。二つ目は、他の科目との連携不足である。平成 27 年度からは基礎理数演習 I・II（学力別にクラス分けした少人数教育）へ参加し、特に理解度の低い学生への支援を行った。基礎理数演習との連携を深めるために、基礎数学の理解に必要な予備知識を整理し、周知させる仕組みを作る必要がある。

## 文献

- (1) 仲田紀夫 (2000) 『マンガ おはなし数学史：これなら読める！これならわかる！』佐々木ケン漫画、(ブルーバックス) 講談社
- (2) ジャン=アンリ・ファーブル (2015) 『完訳 フェーブル昆虫記 第 9 巻 上』奥本大三郎訳、集英社
- (3) 織田武雄 (1974) 『地図の歴史：世界篇』(講談社現代新書) 講談社
- (4) 兩宮智宏 (2014) 『透明マントを求めて：天狗の隠れ蓑からメタマテリアルまで』ディスカヴァー・トゥエンティワン
- (5) 小川洋子 (2005) 『博士の愛した数式』(新潮文庫) 新潮社
- (6) 小島寛之 (2008) 『数学でつまずくのはなぜか』(講談社現代新書) 講談社
- (7) 結城浩 (2014) 『数学ガールの秘密ノート：丸い三角関数』ソフトバンククリエイティブ
- (8) 近藤滋 (2013) 『波紋と螺旋とフィボナッチ：数理の眼鏡でみえてくる生命の形の神秘』学研メディカル秀潤社
- (9) 蔵本由紀 (2014) 『非線形科学 同期する世界』(集英社新書) 集英社
- (10) 本川達雄 (1992) 『ゾウの時間 ネズミの時間：サイズの生物学』(中公新書) 中央公論社
- (11) 岡本和夫監修 (2013) 『数学活用』啓林館
- (12) 立田奨 (2012) 『世界は数学でできている』洋泉社
- (13) 吉田洋一 (1986) 『零の発見：数学の生い立ち』(岩波新書) 岩波書店
- (14) 島村英紀 (2015) 『火山入門：日本誕生から破局噴火まで』(NHK 出版新書) NHK 出版
- (15) 結城浩 (2015) 『数学ガールの秘密ノート：微分を追いかけて』ソフトバンククリエイティブ
- (16) 遠山啓 (1960) 『数学入門 (下)』(岩波新書) 岩波書店
- (17) 篠崎菜穂子 (2015) 『はたらく数学：25 の「仕事」でわかる数学の本当の使い方』日本実業出版社
- (18) 神永正博 (2012) 『「超」入門 微分積分：学校では教えてくれない「考え方のコツ」』(ブルーバックス) 講談社
- (19) 広田照幸・川西琢也編 (2007) 『こんなに役立つ数学入門：高校数学で解く社会問題』(ちくま新書) 筑摩書房
- (20) 中垣俊之 (2014) 『粘菌 偉大なる単細胞が人類を救う』(文春新書) 文藝春秋
- (21) 長谷川弘・内田久命 (1844) 『算法求積通考』国立国会図書館データベース
- (22) 大河内直彦 (2008) 『チェンジング・ブルー：気候変動の謎に迫る』岩波書店
- (23) 東京工業大学リベラルアーツセンター編 (2014) 『池上彰の教養のススメ』日経 BP 社
- (24) 桐光学園・ちくまプリマー新書編集部編 (2015) 『何のために「学ぶ」のか：中学生からの大学講義 1』(ちくまプリマー新書) 筑摩書房
- (25) 岡潔 (2014) 『春宵十話』(角川ソフィア文庫) 角川学芸出版
- (26) 小林秀雄・岡潔 (2010) 『人間の建設』(新潮文庫) 新潮社
- (27) 桜井進・坂口博樹 (2011) 『音楽と数学の交差』大月書店
- (28) 藤原正彦 (2005) 『国家の品格』(新潮新書) 新潮社
- (29) 内山力 (2009) 『微分・積分を知らずに経営を語るな』(PHP 新書) PHP 研究所
- (30) 竹内薫 (2009) 『理系バカと文系バカ』(PHP 新書) PHP 研究所

