

具体物を用いた教授学習場面における学習者の思考過程 —積極的効果を保証する条件の検討—

佐藤 誠子*

Learners' Thinking Processes in Learning and Instruction Using Concrete Objects: Analysis of learning conditions which bring positive effects

Seiko SATO*

**Department of Human Education, Faculty of Human Studies, Ishinomaki Senshu University*

Abstract

This article investigates learner's factors which influence the learning with concrete objects and performance on a subsequent task. Four university students participated in this study. They engaged in estimating the area of enlarged figures (rectangles, irregular figures) with concrete objects (manipulatives). The experimenter asked them how to solve it and what they thought with the manipulatives. The results showed that the learners should deny their intuitive incorrect judgment with the concrete materials first and then relate the manipulatives to mathematical knowledge in order to solve the subsequent problem applying the relevant rule.

1. 問題と目的

学校教育において、とりわけ算数・数学学習などの抽象的概念を扱う領域では、学習者にとってその抽象的概念の理解を容易にするために具体物を用いて教授することが多い。例えば、小学校算数の加減算の学習ではブロックやタイル（例えば遠山，2009）⁽¹⁾、算数棒（Montessori, 1912 阿部・白川訳 1974）⁽²⁾、因数分解の学習ではタイルの並べ替え（Bruner, 1966 田浦・水越訳 1968）⁽³⁾などがよく用いられる。こうした具体物の積極的利用の背後にある理論的根拠として、J.ピアジェの発達段階説やJ.S.ブルナーの認知発達論があると想定されている（McNeil & Uttal, 2009）⁽⁴⁾。すなわちそれは、形式的操作の段階に達していない学習者あるいは記号レベルの内的操作が困難な学習者に対して、その思考の段階あるいは思考の特徴に沿うように具体物を提示することが、抽象的概念の理解を促進するというものである。さらに、そのような心理学的知見に加え、具体物の使用は「数学学習を改善するのに重要な役割を果たす」（Ball, 1992）⁽⁵⁾などといった教育現場からの期待もあり、教授場面において

具体物を使用することは学習者にとって有益な効果をもたらすと考えられてきた。

ところが、一方で、近年の教育心理学的研究では、具体物を用いた教授は後続の課題解決を阻害するということが明らかにされている。例えば、Kaminski, Sloutsky, & Heckler (2008)⁽⁶⁾は、学習課題として3元の可換群とそれに成立するルールを取りあげ、大学生を対象に、抽象的シンボルによって学習させた場合と具体物の例示によって学習させた場合とで学習効果を比較した。事後テストの結果、学習状況と同じシンボルが用いられた課題では成績に群間差はみられなかったが、転移課題では具体物例示群の方が抽象的シンボル群よりも成績が相対的に低いことが示された。このことは、具体物の例示によってもたらされた、学習の転移の失敗を示すものとなった。こうした具体物による学習阻害効果は、上記のような実験室実験だけではなく、実際の授業場面でもみられることが佐藤（2008, 2010）⁽⁷⁾⁽⁸⁾により示されている。

このように、具体物を用いた教授学習に関して、学習者の抽象的概念の理解を容易にするとい

*石巻専修大学人間学部人間教育学科

う期待がある一方で、後続の課題解決に対しては阻害効果を持つことが先行研究より明らかにされてきている。しかし、現実には具体物による教授は広く用いられていることから、その積極的效果あるいは課題解決に対する阻害効果は何ゆえに生じるのかを記述できなければ、実際の授業における教授条件の工夫には至らない。したがって、実際の授業実践に寄与するためには、具体物を用いた教授について、それはいかなる条件のもとで積極的效果がもたらされるのか（あるいは阻害効果がみられるのか）を明らかにし、その上で実践の際の留意点を導出する必要がある。

そこで、本研究においてその条件として着目するのは、「学習場面における教材（具体物）に対する学習者の理解のあり方」という学習者要因である。この要因を取りあげる理由は、Uttal, Scudder, & DeLoache (1997)⁽⁹⁾の指摘する具体物のもつ「二重表象性」(dual representation)の問題にある。二重表象性とは、具体物はそれ自体で物体であり、「何らかの指示対象」であることを示す性質のことである (DeLoache, 1987)^{(10) 1}。この性質のために、教授場面における具体物の使用は、学習者にとって具体物に対する多様な解釈を許すこととなる。このことを踏まえれば、具体物が効果的なツールであるかどうかは、教授場面において用いられた具体物を学習者自身がどのように捉えているか、学習者は具体物のどのような点に着目して学習しているのか等といった学習者自身の解釈や認知のあり方と不可分に関わってくると考えられるのである。このことから、本研究では、具体物の教授効果について、その教授学習場面における学習者の思考過程に着目して検討することとする。すなわち、具体物による教授の有効性が保証されるのは、学習場面において学習者が具体物のどのような点に着目し、いかなる推論を行ったときであるのかを明らかにする。

さて、上記を検討するにあたって扱う学習課題は、「図形の相似拡大場面における面積変化」である。図形の相似拡大場面では、「図形を k 倍に相似拡大すると、面積は k^2 倍になる」というルールが成立する（以下、「2 乗倍ルール」と呼称）²。これは求積公式（縦×横＝面積）の変数の操作（（縦× k ）×（横× k ）＝面積× k^2 ）から導出

されるルールである。図形の相似拡大場面ではこのルールを用いて面積変化を推論することが求められるのであるが、「図形を k 倍に拡大すると面積も k 倍になる」という誤った判断（比例判断）が大学生でもみられる（佐藤, 2009; 進藤・麻柄, 2011）⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。この 2 乗倍ルールの適用のむずかしさは、「“どんな図形でも” 面積は k^2 倍になる」ことの理解にある。なぜなら、 k 倍に相似拡大した図形の面積がもとの図形の k^2 倍になることは、長方形や三角形などの規則図形であれば相似拡大後の図形にもとの図形を敷き詰めることで確認でき、また、求積公式が存在する図形であれば必要な箇所の長さを測定し面積を算出して確認することができるが、不規則図形ではそのような図形の敷き詰めや公式への数値代入による確認ができないからである。不規則図形でも「本当に面積は k^2 倍になるのか」学習者にとって確信が得られないために、2 乗倍ルールの適用が困難になってしまうと考えられる。

こうした問題点を踏まえ、佐藤 (2010)⁽⁸⁾では、拡大前後の図形に極小の丸粒シール（デコレーションシール）を隙間なく敷き詰めその個数を確認する教授法が考案された。それは、拡大前の図形に敷き詰められたシールの個数と、拡大後の図形に敷き詰められた個数を比較することで、 k 倍に拡大後の図形の面積が k^2 倍になっていることを実感させるツールである（詳細は佐藤 (2010)⁽⁸⁾を参照）。この教授法の効果を検証するため、佐藤 (2010)⁽⁸⁾は大学生を対象に教授実験を行った。その結果、不規則図形の拡大場面では適切な面積判断が 8 割に達したのに対し、図形の縮小場面では 4 割程度にとどまり、教授効果は限定的であったことが示された。しかし佐藤 (2010)⁽⁸⁾では、図形の種類や拡大・縮小の方向にかかわらず 2 乗倍ルールが適用できた学習者とそうでない学習者の思考過程の違いについては詳細に分析されておらず、具体物による教授の効果に関与する学習者要因について十分な検討がなされていない。そこで、本研究では、佐藤 (2010)⁽⁸⁾と同様の教授法と学習課題を取り上げながら、後続の課題解決において 2 乗倍ルールが適用できた学習者とその適用に失敗した学習者のそれぞれの学習過程を比較検討する。具体的には、それらの学習者が具体物

を用いた学習場面において何に着目しどのような思考過程をたどっているのかを検討することにより、具体物を用いた教授の効果を保証する学習者条件について明らかにすることを目的とする。

2. 方法

2. 1 参加者

本研究への参加協力が得られた大学生 4 名 (A, B, C, D) である。なお、A は理系学部、B、C、D は文系学部所属である。

2. 2 手続き

2015 年 1 月下旬～2 月上旬にかけて個別にて実施した。主としてルールの教授セッションにおける学習者の課題解決の様子を観察し、その判断理由について逐一インタビューを行った。その後、直後テストを行い、課題解決におけるルールの適用の可否について検討した。参加者の課題解決の様子および発言等は、ビデオカメラおよびボイスレコーダにて記録した。一人あたりの所要時間は約 50 分であった。概要は以下のとおりである。

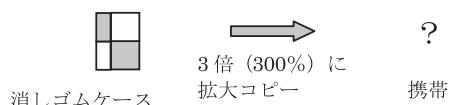
①調査の概要およびプライバシーの保護についての説明 本調査により得られた個人情報には厳重に保護されること、本調査の途中であっても参加拒否の自由があることを説明し、調査実施への同意を得た。

①教授セッション 教授セッションの流れは佐藤 (2010)⁽⁸⁾と同様である。詳細は佐藤 (2010)⁽⁸⁾を参照されたい。(0)拡大コピーの意味の説明および粒シールの導入：「ん」という文字を 2 倍に拡大コピーすると対応する箇所の「長さ」が 2 倍になることを説明した。粒シール (直径 3 mm の円形) は、下絵となる図形に隙間なく貼って使用されることを紹介した。(1)長方形 (拡大) の面積比【予想】：「消しゴムケース」と「携帯」に同じ格子模様の長方形を粒シールでデコレーションする状況で、携帯用の長方形の下絵は、消しゴムケース用の長方形を 3 倍に拡大コピーして作成すると設定した。ここで「消しゴムケース用の長方形に粒シールが 12 個貼れたとき、携帯用の長方形には粒シールが何個貼れるか」を予想させ、予想の根拠を詳しくたずねた。なお、この問題は次の 3 段階 (A～C) でそれぞれ予想させた (Figure1)。(A) 抽象レベル：消しゴムケース用

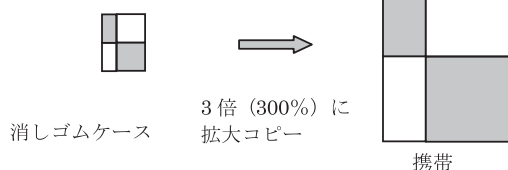
の長方形 (拡大前) のみ提示した。(B) 図形レベル：消しゴムケース用の長方形に加え、携帯用の長方形 (拡大後) を図示した。(C) 具体物レベル：(B) の図形のうち、消しゴムケース用の長方形 (拡大前) に実際に粒シールを貼らせた (縦 4 個×横 3 個)。(2)長方形の面積比確認：(1) について、携帯用の長方形には粒シールが 108 個貼れることを実物で確認させた。図形を 3 倍に拡大コピーすると縦・横も粒の個数が 3 倍になり全体の個数は 9 倍になること、敷き詰められた粒シールの個数は面積として捉えられ、「図形を 3 倍に拡大すると、縦も 3 倍、横も 3 倍になるから、面積は 9 倍になる」ことを説明した。(3)長方形以外の図形の面積比【予想】：不規則図形として、ハート形 (長方形の複合図形) および木の形 (長方形と三角形の複合図形) をそれぞれ 3 倍に拡大コピーしたとき (Figure2)、拡大後の図形に貼れる粒シールの個数は、元の図形に貼れるシールの個数の何倍になるかを予想させ、その根拠を詳しくたずねた。(4)長方形以外の図形の面積比確認：(3) のいずれかの図形に実際に粒シールを貼らせ、個数を確認させ、「拡大後の図形に貼れるシールの数すなわち面積は、拡大前の 2 乗倍になる」ことを説明した。この際、面積比の確認作業を通して気づいたことなどについてたずねた。

②直後テスト (1)不規則図形拡大：「女の子」の絵を提示した。拡大前の絵を描くのに使用するペンキの量が 10 ml のとき、3 倍に拡大コピー後の絵を描くのに使用するペンキの量は何 ml になるかを自由記述でたずねた。この際、拡大前後の絵を提示し、各図形の縦の長さ (拡大前 50 cm、拡大後 150 cm) を明示した。(2)台形拡大：下底の長さ (5 cm) が太線で示された面積 10 cm^2 の不等脚台形を提示し、この図形を 4 倍に拡大コピーすると拡大後の面積はいくらになるかをたずねた (選択式：1. 40 cm^2 / 2. 100 cm^2 / 3. 160 cm^2 / 4. 200 cm^2 / 5. 具体的に面積を求められないから、わからない / 6. その他 (自由記述))。(3)不規則図形縮小：面積 10 cm^2 の葉の形をした図形を 0.8 倍に縮小コピーしたとき、面積はいくらになるかを自由記述でたずねた。なお、(2)(3)の課題では、拡大・縮小後の図形は提示し

(A)抽象レベル



(B)図形レベル



(C)具体物レベル

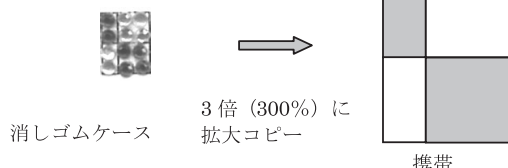


Figure1 長方形(拡大)の面積比予想で使用した図形

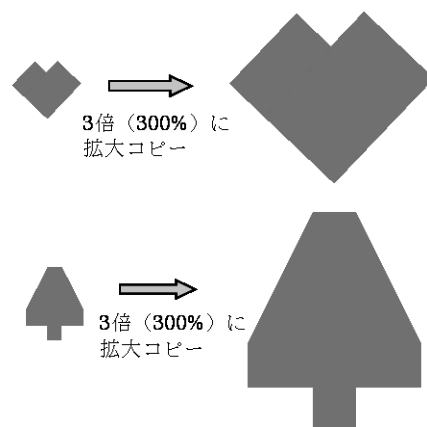


Figure2 長方形以外の図形の面積比予想で使用した図形

AとDについて、それぞれの教授セッションにおける理解の様相にどのような違いがあるかを分析する。

3. 2 教授セッションにおける学習の様子

対象者 A Aの学習の様子について、教授セッションにおける図形の面積比予想の反応から検討する。まず、(1)長方形(拡大)面積比の予想の段階では、抽象レベル、図形レベルのいずれにおいても「 $12 \times 3 = 36$ 個」(比例判断)と予想していたが、具体物レベルで拡大前図形に敷き詰められるシールの個数が明示された際、「縦と横に3倍ずつかけなければならない」ことに気づくことができた。このとき、Aは単純に3倍することと縦・横方向に3倍することどちらが適切であるのか迷っていたようであった(Table2下線部①)。しかし、結局のところAは「3倍か6倍」と予想しており、その際縦・横に並んだ粒シールの個数を手がかりにすることはなかった。その後、2乗倍ルールが説明され、(3)長方形以外の図形の面積比を予想する段階では、いずれの

なかった。これらは佐藤(2010)⁽⁸⁾の直後・事後テストで使用した課題の一部である。

3. 結果と考察

3. 1 分析対象者

参加者4名のうち、BとCは教授セッションの課題(1)からすべて2乗倍ルールの適用が可能であり、直後テストにも完答していた。ここでは、教授セッションの課題(1)から(3)の課題において比例判断(「図形をk倍に相似拡大すると面積もk倍になる」とする誤判断)から2乗倍ルールによる判断に変容したA、Dの2名(Table1)について分析する。直後テストをみると、Aは3問中1問のみ正答であったのに対し、Dは3問すべて正答していた。そこで、後続の課題において2乗倍ルールの適用に差がみられた

Table1 教授セッションおよび直後テストにおける対象者A、Dの判断

対象者	(1)長方形予想			(3)長方形以外の図形予想			直後テスト	
	抽象レベル	図形レベル	具体物レベル	ハート形	木の形	不規則拡大	台形拡大	不規則縮小
A	比例判断	比例判断	比例判断	2乗倍	2乗倍	比例	試行錯誤	2乗倍
D	比例判断	わからない	2乗倍	2乗倍	2乗倍	2乗倍	2乗倍	試行錯誤 →2乗倍

図形でも「9 倍になる」(2 乗倍)と予想していた。不規則図形は、図形の敷きつめによっても公式への数値代入による算出によっても、面積が2 乗倍になることが確かめられない。それでも2 乗倍になるといえるのはどうしてかをたずねると、A は「平面図形だから形は関係なく」同様に2 乗倍になる」と考えていた (Table3 下線部①)。その後、実際に拡大前後の図形 (ハート形) にシールを貼りその個数を確かめさせた際、A が着目していたのは全体のシールの個数のみであり、各辺の長さが3 倍になっていることに自発的に気づくことはなかった。

対象者 D D は (1)長方形 (拡大) 面積比の予想の抽象レベルでは「長さと同じように個数も3 倍だから」36 個になる (比例判断)と予想して

いた。しかし、図形レベルでは、その判断が揺らぐこととなった。そこでは、直観的な比例判断 (3 倍に拡大したからシールの個数も3 倍)と視覚的にとらえた情報 (見た目では3 倍よりも多くなりそう)との間で葛藤が生じていたようであった (Table2 下線部②)。そして、具体物レベルでは、実際に貼られた粒シールを手がかりにして拡大後の図形に貼れるシールの個数について計算を試み、拡大後の図形に当初の予想よりも多くのシールが貼れることに驚きを感じていたようだった (Table2 下線部③)。その後、D は拡大しているのは「長さ」であることに気づき、縦も3 倍、横も3 倍しているから $3 \times 3 = 9$ 倍になると判断していた。そして、(3)長方形以外の図形の面積比の予想の段階では、いずれの図形でも「9 倍」(2

Table2 長方形 (拡大) の面積比予想における A と D の反応 (抜粋)

A の反応	D の反応
((B) 図形レベルでの予想) A : あ〜・・・なるほど・・・粒シールは数なんです。じゃあ、やっぱり 36 個になる。 T : 36 個になりますか。 A : 違うんですね。 T : 3 倍に拡大コピーしたから、こちらに 36 個貼れるということですか？ A : 違うのかな〜？・・・36, 36, ・・・	((B) 図形レベルでの予想) D : ええー。・・・難しいな。 T : 難しい？どこで難しいって思いました？ ・・・ D : なんか、こう、図を見せてもらって、こう、線で区切れば、ああ、(拡大前長方形が) 6 個人入のかな、ってことは、なんか、シールは 6 倍になってるのかな、って思うんですけど。・・・でも、面積は 3 倍にしかになってないから。なんか、こう、視覚でとらえたものを答えにするべきか、こっち (「3 倍に拡大コピー」) を頼りにするべきか。②
((C) 具体物レベルでの予想) A : 3 倍か 6 倍かなって。 T : その 6 倍というのはどこから出てきました？ A : 縦と横なので。縦と横に 3 倍ずつかけないと、と思って。 T : ああ、縦と横に 3 倍ずつかけると。 (拡大後に貼られたシールの個数の確認) T : どうですか、これ。最初 3 倍というキーワードがあって、それで、12×3 としたのかな。 A : 悩んだのが、単純に 3 でいいのか、っていうのと、両方とも 3 をかけるのか、っていうのと。①	((C) 具体物レベルでの予想) D : これもばつと見なんです、・・・(拡大後の長方形の縦に 12, 横に 9 と書く) 多いな。あれ？③ T : 今、どういうふうに考えましたか？ D : なんとなく、この、ここ (拡大前長方形の横) が、ここ (拡大後長方形の上半分: グレー部分の横) と同じ長さくらいだったんで、(拡大後長方形の横には拡大前長方形が) 3 個くらい入るかなと。・・・大体、これ (拡大後長方形の上半分: 白の部分の横の長さ) がこれ (グレー部分の横の長さ) の 2 倍の長さくらいなんで、入るのかー、っていうんで、ここが、横が、9。 T : 9 ね。 D : で、縦は、縦はちょっと長いな、って思ったんで、で、こっちちょっと長い。ってことは、長い分、ちょっとこう切ったら、4 個分くらいになるかなって思ったんですね。4×3 で 12。でも、なんか、すごい多くなるよな、って思ってた。③ T : ああー、多くなる。 D : あれ、3 倍って、さっきのやつで、その、切ったのよりもさらに大きい、多そうじゃないですか。だから、<u>なんでこうなるんだろう。</u>③・・・でも、だいたい、100 か？ T : どういう計算しました？ D : ここ、かけて。 T : ああ。12×9 で D : 108。 T : ってことは、(シールは何個か) 予想がつくってことですか？ D : ああ、そうかも。(プリントに記入) ・・・<u>ほんと、大きくなってるな。・・・おかしいな。</u>③

注) A, D は対象者, T は面接者を示す。

Table3 長方形以外の図形の面積比予想における A と D の反応 (抜粋)

A の反応	D の反応
(ハート形 3 倍拡大予想) A: 9 倍になる。 T: 理由はなんですか? A: たてとよこに 3 倍ずつ、していったら、9 倍になるはずだ、と。 T: 9 倍になるはずだと。 A: はずです。はい。 ・・・ (木の形 3 倍拡大予想) A: 9 倍です。 T: 理由は。 A: う〜ん……。縦と横で。(笑い)・・・これは変わらないですね。 T: 変わらないというのは理由が変わらない? A: 形は関係ないかなと。^① T: あ、形は関係ない。 A: まあ、やっぱり、平面上ですし^① T: ああ〜。形は関係ない。平面上だから、どんな形であってもっていうことですよね? A: 一緒ですね。 ・・・ (ハート形の図形にシールを貼って確認) T: 何倍になってますか。 A: 9 倍に。 T: これ見てどう? そりゃそうだろうという感じ? A: やったー! って。(笑い) T: (笑い) やったーってというのはどういう気持ち。 A: いやー、予想が当たって嬉しいです。	(ハート形 3 倍拡大予想) D: (プリントに「9 倍」と書く) T: なんで 9 倍だって思いますか。 D: えっと、難しいな・・・えっと、線で区切ったときに、・・・その、長方形、長方形。で、その、全部 3 倍になるんですよね。全部 3 倍になるってことは、こう、区切っても、これ(斜めの線)が全部 3 倍になるのは変わらないの^②で、さっき長方形を 3 倍に拡大すると 9 倍になってたから、9 倍。 ・・・ (木の形 3 倍拡大予想) D: 9 倍になる。 T: なぜ 9 倍ですか? D: えっとこの、くぎって考えると、真ん中がまじ長方形じゃないですか。で、この、なんていうんですか、この四角錐みたいな、この、とんがってるじゃないですか、四角形。これをくっつけると、長方形にはなるじゃないですか。 ・・・ (ハート形の図形にシールを貼って確認) T: 気づいたことないですか。粒の並び方とを見て。 D: ... ああ、やっぱり、所要所で全部 3 倍になっているのが^③。 T: 例えばどういうところでしょう。 D: 例えば、ここ(※ハートの左下の辺)が 3 個と 9 個だったりとか、ここが 2 個(※ハートの左上の辺)で長さが 3 倍で 6 個になってるとか。^③・・・

注) A, D は対象者, T は面接者を示す。

乗倍)と予想していた。その理由についてたずねたところ、「区切っても、斜めの線が全部 3 倍になるのは変わらないから」と答えていた (Table3 下線部②)。その後、実際にシールを貼って個数を確認する際に、図形のあらゆる長さが 3 倍になっていることについて、辺に貼られたシールの個数を数えて確認していたことが特徴的であった (Table3 下線部③)。

3. 3 対象者 A と D における思考過程の違い

以上の学習の様子からうかがえる A と D の思考過程について検討すると、主に次のような違いがある。1 点目は、長方形の面積比予想において、A は具体物である粒シールが示されても、直観的判断である比例判断 (図形を 3 倍に拡大したのだから面積も 3 倍になる) への疑念が生じなかったのに対し、D は具体物を手がかりにしてその判断を否定したことである。「長方形の縦も横

も 3 倍になっており、面積はかけ算で決まることから 3 倍に相似拡大後の面積は 9 倍になる」という判断には、求積公式の操作的思考が求められる。こうした思考がスムーズに行われるためには、まずは直観的判断である比例判断を否定するというステップが必要になることが示唆される。

2 点目は、具体物を用いて 2 乗倍ルールの適用結果を確認する際、A はその適用結果のみに着目していたのに対し、D は 2 乗倍ルールを導く公式変数の操作にあたる辺の長さの変化にも着目していたことである。つまり、具体物を用いた学習活動において、A は 2 乗倍ルールの適用結果のみが強調されたのに対し、D はルール適用結果のみならず、2 乗倍ルールを成立させる公式の操作的思考 (縦も横も 3 倍になっているから、面積は 3×3 で 9 倍になる) と結びつけられたと考えられる。

4. 討論

本研究の目的は、具体物を用いた学習場面における学習者の理解の様相からその思考過程を検討することにより、具体物を用いた教授の効果を保証する学習者条件について明らかにすることであった。対象者の学習過程を検討した結果、具体物を用いた教授場面において、①学習者自身の直観的判断（誤った判断）を具体物の手がかりによって否定し、②学習者自身が、具体物によってルールの適用結果を確認し、かつそのルールを成立させる公式の操作と具体物操作とを結びつけられた際に、具体物による教授の積極的効果が保証されることが示唆された。これらの結果を踏まえ、以下、具体物による教授の有効性について、教授場面における具体物の役割と学習者の思考過程の関係から考察し、具体物を用いた教育実践における注意点を導出することとしたい。

まず、①について述べる。今回用いた学習課題は「図形の相似拡大場面における面積変化」であったが、この課題では「図形を k 倍に相似拡大すると面積も k 倍になる」とする誤判断が誘発されやすい。それは、これまでの学習経験から学習者が「一方が k 倍になればそれに伴って変わる量も k 倍になる」とする知識 (illusion of linearity) を持ち、課題解決においてそれが発動されるためと想定されている（例えば Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens, & Verschaffel, 2004）⁽¹³⁾。2 乗倍ルールを適用するには、そうした直観的判断を抑制することが求められるが、その際に具体物が大きな役割を果たすことが本研究の結果から示唆される。それはすなわち、学習者が具体物の手がかりを通して、自身の直観的判断が誤りであることを認識することである。課題解決場面において、学習者が自身の直観的判断を保留しルールにしたがった判断を行うことは容易ではない（佐藤・工藤, 2014）⁽¹⁴⁾。そこで具体物は、手操作や視覚的手がかりによって自身の直観的判断の否定を促す役割を考えると考えられる。ただし、本研究の結果を踏まえれば、その際に学習者が具体物をどのようにとらえているかによって、その実現可能性が異なる。本研究でいえば、対象者 D は現前に示された具体物を手がかりにして、自身の直観的判断が「おかしい」

ことに気づくことができたが、対象者 A は具体物がそのような手がかりになっていることに着目することができなかった。したがって、教授場面では、具体物を用いる際に着目すべき点を教師側から教示することが重要になるだろう。

そして、②について、具体物による教授の効果は、学習者の具体物に対する理解のあり方により左右されることが示唆される。すなわち、学習者にとって、具体物がルールの適用結果の確認のための道具のみならず、ルールを説明するための道具としても捉えられた場合に、具体物による教授の有効性が保証されるということである。今回の場合でいえば、それは、2 乗倍ルールを成立させる公式の操作（長さは縦も横も 3 倍だから、面積は 3×3 で 9 倍になる）と具体物操作とが関連づけられることである。このように、教授場面において用いられた教材に対する学習者の理解のあり方が、後続の課題解決に影響を及ぼすことは、佐藤 (2015)⁽¹⁵⁾ においても示されている。佐藤 (2015)⁽¹⁵⁾ は、具体物を用いた算数授業を取りあげ、その授業における学習者の理解と後続の課題解決の関連について検討しているが、この際学習者の理解の指標として用いたのが、授業後における学習者の「まとめ」である。小学 6 年生を対象にした授業の分析をおこなった結果、教授者側が数学的概念に焦点化したまとめを提示しても、学習者の理解は多様であり授業で扱われた具体物の現象的理解にとどまることがあること、後続の課題解決が促進されるのは、学習者がそうした現象的理解にとどまらずそれと数学的概念とを関連づけて理解できたときであることが示された。こうした知見を踏まえれば、具体物を用いた授業においては、より適切な解釈の仕方を方向づける教師側の援助が必要不可欠になると考えられる。

前述したように、具体物による教授の有効性は広く主張され、実際の授業実践においてもよく利用されている。しかし、その効果は学習者の具体物に対する理解のあり方により左右されることが本研究においても示された。そうした教授学習場面において、学習者にとってよりよい理解を導くための教師の役割（発問、教材配列の工夫等）について検討することが今後の課題となる。

引用文献

- (1) 遠山啓 (2009). 水道方式 銀林浩・榊忠男・小沢健一 (編) 遠山啓エッセンス 第2巻 日本評論社
- (2) Montessori, M. (1912). *The Montessori method, scientific pedagogy as applied to child education in "The children's house" with additions and revisions by the author.* (translated by Anne E. George, with an introduction by professor Henry W. Holmes of Harvard Univ.) London, William Heinemann. (モンテッソーリ, M. 阿部真美子・白川蓉子 (訳) (1974). モンテッソーリ・メソッド 明治図書)
- (3) Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction.* Cambridge, Massachusetts: The Belknap Press of Harvard University Press. (ブルーナー, J. 田浦武雄・水越敏行 (訳) (1968). 教授理論の建設 黎明書房)
- (4) McNeil, N., & Uttal, D. (2009). Rethinking the use of concrete materials in learning: Perspectives from development and education. *Child development perspectives*, 3, 137-139.
- (5) Ball, D. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *American Educator*, 16, 14-16.
- (6) Kaminski, J., Sloutsky, V., & Heckler, A. (2008). The advantage of abstract examples in learning math. *Science*, 320, 454-455.
- (7) 佐藤誠子 (2008). 小学生における面積大小判断の誤りとその修正 教授学習心理学研究, 4, 29-39.
- (8) 佐藤誠子 (2010). 面積変化を具現化する教授が大学生の面積判断に及ぼす効果—図形の拡大・縮小場面の場合— 教授学習心理学研究, 6, 61-74.
- (9) Uttal, D., Scudder, K., & DeLoache, J. (1997). Manipulatives as symbols: A new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of applied developmental psychology*, 18, 37-54.
- (10) DeLoache, J. (1987). Rapid change in the symbolic functioning of very young children. *Science*, 238, 1556.
- (11) 佐藤誠子 (2009). 図形の拡大・縮小場面における大学生の面積判断—面積の乗法性に着目させる教授の効果— 東北教育心理学研究, 11, 21-29.
- (12) 進藤聡彦・麻柄啓一 (2011). 面積比の理解に及ぼす操作結果の実体化の効果 教育心理学研究, 59, 320-329.
- (13) Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2004). Remedying secondary school students' illusion of linearity: a teaching experiment aiming at conceptual change. *Learning and instruction*, 14, 485-501.
- (14) 佐藤誠子・工藤与志文 (2014). ルールの適用を阻害する学習者要因の検討—“ルールだけで考えること”の難しさについて— 日本教授学習心理学会第10回年会予稿集, 40-41.
- (15) 佐藤誠子 (2015). 授業における学習者の「まとめ」の違いとその後の課題解決との関連—具体物を用いた算数授業の場合— 教授学習心理学研究, 11, 28-39.
- (16) 文部科学省 (2008). 中学校学習指導要領

【脚注】

1 例えば、加減算の学習で用いられるブロックやタイル (遠山, 2009) は、それ自体で1個のブロックあるいは1枚のタイルそのものであるが、それは「1」という数や「1」が10個集まった「10」という数を表すものである。

2 ちなみに、現行の学習指導要領 (平成20年3月)⁽¹⁶⁾ では「相似な図形の相似比と面積比と体積比の関係」として中学校第3学年で学習することになっている。

付記

本研究の結果の一部は、日本教育心理学会第57回総会にて発表した。

謝辞

本研究はJSPS科研費25780384の助成を受けました。また、お忙しい中、調査に快く協力して下さった皆様に感謝申し上げます。