

## 2026（令和8）年度入学試験問題

数 学  
(120 分)

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験時間は120分です。
3. この問題の本文は全部で6ページです。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙は3枚あります。ミシン目を折り曲げて、ていねいに切り離して使用してください。
6. 解答にあたっては、必ず**黒の鉛筆**または**シャープペンシル**を使用してください。
7. 解答に至るまでの過程も必ず明記してください。
8. **解答用紙**に記入するときには、下記の点に注意してください。
  - (1) 1枚目の解答用紙には、氏名・受験番号を所定欄に記入し、該当するマーク欄を正確にマークすること。(機械処理上、非常に重要なので誤記のないよう注意してください。)
  - (2) 2枚目と3枚目の解答用紙にも氏名・受験番号を記入すること。
  - (3) 訂正する場合は、プラスチック消しゴムで完全に消してから改めて書き直すこと。
  - (4) 枠外の空白部分には何も書かないこと。
  - (5) 解答用紙は、折り曲げたり汚したりしないこと。
9. 問題冊子の余白等は適宜利用してかまいません。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

**注意：**間違った解答用紙に書いた解答（例えば問題Ⅱの解答用紙に書かれた問題Ⅰの解答）は、採点対象になりませんから注意してください。



I 以下の設問に答えなさい。

- (1) 数列  $a, b, 4$  が等比数列となり, 数列  $12, a, b$  が等差数列となるような  $a, b$  の値をすべて求めなさい。
- (2) KAWASAKI の 8 文字すべてを並べてできる順列の中で, 1 文字目が子音で, かつ子音と母音が交互に続く順列の数を求めなさい。
- (3) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan \frac{x}{2} dx$  を求めなさい。
- (4) 350000 の正の約数の個数と総和を求めなさい。

II 当たりかはずれの結果を返すくじを何回か引く。くじを引く試行は互いに独立である。当たりを引く確率を  $p$ 、はずれを引く確率を  $(1-p)$  とし、当たりを引いたら景品がもらえる。

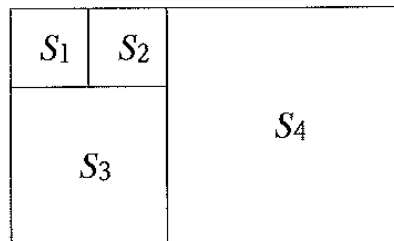
このとき、以下の設問に答えなさい。

- (1) 5回目ではじめて当たりを引く確率を  $p$  を用いて表しなさい。
- (2) 5回目でちょうど3回目の当たりを引く確率を  $p$  を用いて表しなさい。
- (3) 5回連続ではずれを引いた場合、景品がもらえる仕組みが導入されたとする。 $p = \frac{1}{3}$  のとき、はじめて景品がもらえるまでのくじを引く回数の期待値を求めなさい。

Ⅲ まず、1 辺の長さが  $l_1$  の正方形  $S_1$  をかく。ただし、 $l_1 > 0$  とする。次に、 $S_1$  の右側の辺を 1 辺とする新たな正方形  $S_2$  を、 $S_1$  とは重ならないように  $S_1$  の右側にかく。このとき、 $S_2$  の 1 辺の長さを  $l_2$  とし、 $S_1$  と  $S_2$  を組み合わせてできる長方形を  $R_2$  とする。

次に、 $R_2$  の下側の辺を 1 辺とする新たな正方形  $S_3$  を、 $R_2$  とは重ならないように  $R_2$  の下側にかく。このとき、 $S_3$  の 1 辺の長さを  $l_3$  とし、 $S_1, S_2, S_3$  をすべて組み合わせてできる長方形を  $R_3$  とする。さらに、 $R_3$  の右側の辺を 1 辺とする新たな正方形  $S_4$  を、 $R_3$  とは重ならないように  $R_3$  の右側にかく。このとき、 $S_4$  の 1 辺の長さを  $l_4$  とし、 $S_1, S_2, S_3, S_4$  をすべて組み合わせてできる長方形を  $R_4$  とする。

$S_1, S_2, S_3, S_4$  を組み合わせてできる長方形  $R_4$  は、下の図のようになる。



このように新たな正方形をかくことを繰り返し、3 以上の整数  $n$  に対して、奇数番目の正方形  $S_n$  は  $R_{n-1}$  の下側の辺を 1 辺とし、 $R_{n-1}$  とは重ならないように  $R_{n-1}$  の下側にかく。また、偶数番目の正方形  $S_n$  は  $R_{n-1}$  の右側の辺を 1 辺とし、 $R_{n-1}$  とは重ならないように  $R_{n-1}$  の右側にかく。このとき、 $S_n$  の 1 辺の長さを  $l_n$  とし、 $S_1, S_2, \dots, S_n$  をすべて組み合わせてできる長方形を  $R_n$  とする。

このとき、以下の設問に答えなさい。

- (1)  $l_1 = 2$  であるとき、 $R_{10}$  の面積を求めなさい。また、 $l_{n+2}$  ( $n \geq 1$ ) を  $l_{n+1}$  と  $l_n$  を用いた漸化式で表しなさい。
- (2) 数列  $\{l_{n+1} - \alpha l_n\}$  が公比  $\beta$  の等比数列となり、数列  $\{l_{n+1} - \beta l_n\}$  が公比  $\alpha$  の等比数列となるような定数  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) を求めなさい。
- (3)  $l_1 = 1$  であるとき、数列  $\{l_n\}$  の一般項を求めなさい。また、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_{n+1}}{l_n}$  を求めなさい。

IV 10進法で表された正の整数  $n$  を 2進法で次のように表す。

$$n = [b_m b_{m-1} \cdots b_1 b_0]_2$$

ここで、先頭の値  $b_m$  が必ず 1 になるように  $m$  を定める。それ以外の値  $b_i$  ( $i = 0, 1, \dots, m - 1$ ) は 0 または 1 である。例として、 $5 = [101]_2$  である。

上記の記法を使って、次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  がある。ここで、 $n = 1, 2, 3, \dots$  とする。

$$\begin{aligned} a_1 &= [1]_2 && (n = 1) \\ a_n &= [b_{m-1} b_{m-2} \cdots b_1 b_0 b_m]_2 && (n = 2, 3, 4, \dots) \end{aligned}$$

例として、 $a_5 = [011]_2$  であり、 $a_5$  の値を 10進法で表すと 3 である。

このとき、以下の設問に答えなさい。

- (1)  $a_{13}$  の値を 10進法で表しなさい。
- (2)  $n \geq 2$  に対して、 $n = 2^m + k$  としたとき、 $a_n$  を  $k$  を用いた式で表しなさい。
- (3)  $1 \leq n \leq 2026$  のとき、 $a_n = n$  を満たす  $n$  の個数を求めなさい。

V 次の関数  $f(x)$  と  $g(x)$  について答えなさい。

$$f(x) = (x - 2)^2 - 1$$

$$g(x) = -(x - 1)^2 + 4$$

- (1)  $f(x)$  と  $g(x)$  の交点の  $x$  座標をすべて求めなさい。
- (2)  $f(x)$  と  $g(x)$  で囲まれる領域の面積を求めなさい。
- (3) 前問(2)の領域を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。