

2026 (令和8) 年度入学試験問題

数 学

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験時間は60分です。
3. この問題の本文は全部で7ページです。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙は3枚あります。ミシン目を折り曲げて、ていねいに切り離して使用してください。
6. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入してください。
7. 解答にあたっては、必ず黒の鉛筆またはシャープペンシルを使用してください。
8. 解答用紙に記入するときには、下記の点に注意してください。
 - (1) 1枚目の解答用紙には、氏名・受験番号を所定欄に記入し、該当するマーク欄を正確にマークすること。(機械処理上、非常に重要なので誤記のないよう注意してください。)
 - (2) 2枚目と3枚目の解答用紙にも氏名・受験番号を記入すること。
 - (3) マーク部分を訂正する場合は、プラスチック消しゴムで完全に消してから改めて書き直すこと。
 - (4) 枠外の空白部分には何も書かないこと。
 - (5) 解答用紙は、折り曲げたり汚したりしないこと。
9. 問題冊子の余白等は適宜利用してかまいません。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

注意：間違った解答用紙に書いた解答（例えば問題Ⅱの解答用紙に書かれた問題Ⅰの解答）は、採点対象になりませんから注意してください。

問題は次のページから始まります。

I 次の問いに答えよ。

(1) 次の等式を満たす実数 a , b を求めよ。

$$(2a^2 - 8a + 6) + (3a^2 - ab - 2b^2)i = 0$$

ただし, i は虚数単位である。

(2) 次の数列の初項から第 n 項までの和 S を求めよ。

$$1 \cdot 2^0, 4 \cdot 2^1, 7 \cdot 2^2, \dots, (3n - 2) \cdot 2^{n-1}, \dots$$

(3) xy 平面上の 2 点 $A(2 \cos \theta, \sin \theta)$, $B(\sin(\theta + \frac{\pi}{4}), 2 \cos(\theta + \frac{\pi}{4}))$ および原点 O に対して, 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ の値を最大にする θ とそのときの内積の値を求めよ。ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

II $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$, $g(x)$ を一次関数とするとき, xy 平面上のグラフ $y = f(x)$ と $y = g(x)$ を考える。

この2つのグラフは原点で交わり, 原点以外の1点で接するとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $g(x)$ を求めよ。

以下の連立不等式を満たす領域 D を考える。

$$\begin{cases} y \leq f(x) \\ y \geq g(x) \\ 0 \leq x \leq a \end{cases}$$

ただし, 定数 a は $0 < a \leq 1$ とする。

(2) 領域 D の面積を a を用いて表せ。

(3) 領域 D のうち, $y \geq 0$ の部分の面積を S_1 とし, $y \leq 0$ の部分の面積を S_2 とする。このとき, $S_1 - S_2$ が最大となる a の値を求めよ。

III n を 4 以上の整数とし、1 から n までの整数の数字が 1 つずつ書かれた n 枚のカードがある。この n 枚のカードから、書かれた数字が分からないようにして $n - 2$ 枚のカードを選ぶ。選んだカードの数字のうち、最大の値を M 、最小の値を m とおく。

たとえば、 $n = 5$ とするとき、1 から 5 までの 5 枚のカードから 3 枚のカードを選ぶ。選んだ 3 枚のカードの数字が、1, 2, 4 だった場合には、 $M = 4$ 、 $m = 1$ となる。

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $n = 6$ とするとき、 $M = 5$ となる確率を求めよ。
- (2) $n = 6$ とするとき、 M の期待値を求めよ。
- (3) $n = 12$ とするとき、 $M = 11$ であった。このとき、 $m = 2$ である確率を求めよ。
- (4) $n = 12$ とするとき、 $M - m$ の期待値を求めよ。

