

2025（令和7）年度入学試験問題

数 学
(120 分)

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験時間は120分です。
3. この問題の本文は全部で5ページです。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙は3枚あります。ミシン目を折り曲げて、ていねいに切り離して使用してください。
6. 解答にあたっては、必ず黒の鉛筆またはシャープペンシルを使用してください。
7. 解答に至るまでの過程も必ず明記してください。
8. 解答用紙に記入するときには、下記の点に注意してください。
 - (1) 1枚目の解答用紙には、氏名・受験番号を所定欄に記入し、該当するマーク欄を正確にマークすること。（機械処理上、非常に重要なので誤記のないよう注意してください。）
 - (2) 2枚目と3枚目の解答用紙にも氏名・受験番号を記入すること。
 - (3) 訂正する場合は、プラスチック消しゴムで完全に消してから改めて書き直すこと。
 - (4) 枠外の空白部分には何も書かないこと。
 - (5) 解答用紙は、折り曲げたり汚したりしないこと。
9. 問題冊子の余白等は適宜利用してかまいません。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

I 以下の設問に答えなさい。

(1) 方程式 $\log_2(x+1) + \log_2(2x-1) = 1$ を解きなさい。

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{3}{2}} x\sqrt{2x+1} dx$ を求めなさい。

(3) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ と $a + b + c = 0$ が成り立つとき、 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ の値を求めなさい。

(4) 1個のさいころを投げて出た目を a とするとき、2次方程式

$$x^2 - ax + 2a - 3 = 0$$

が実数の解をもつ確率を求めなさい。

Ⅱ 以下の設問に答えなさい。

- (1) O を原点とする座標平面上で、点 $A(1,0)$ を通り、 $\vec{d} = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \right)$ に平行な直線 l 上の点を $P(x,y)$ とする。直線 l の方程式を x と y を用いて表しなさい。
- (2) 直線 l 上の y 座標が $\sqrt{5}$ である点を B とする。このとき、原点 O からの距離と、点 B からの距離の比が $1:2$ である点を $Q(x,y)$ とする。点 Q の軌跡の方程式を x と y を用いて表しなさい。
- (3) 点 $Q(x,y)$ における $x + 2y$ の最大値を求めなさい。

- Ⅲ A 高校野球部と B 高校野球部が対抗戦を行う。どちらかのチームが先に x 勝するまで試合を繰り返す。引き分けはないものとし、A 高校が勝つ確率を p 、B 高校が勝つ確率を $(1 - p)$ とする。ただし、 $0 < p < \frac{1}{2}$ とする。また、A 高校が B 高校より先に x 勝する確率を P_x とおく。

このとき、以下の設問に答えなさい。

- (1) P_2 を p を用いて表しなさい。
- (2) P_3 を p を用いて表しなさい。
- (3) P_4 を p を用いて表し、 $P_4 < P_3$ であることを示しなさい。

Ⅳ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。ここで、 $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ とする。

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 3$$

$$a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + 1}{a_n}$$

このとき、以下の設問に答えなさい。

- (1) a_3 の値を求めなさい。
- (2) a_{n+5} と a_n の関係式を求めなさい。
- (3) $n = 2^{2025}$ のとき、 a_n の値を求めなさい。

V 次の関数 $f(x)$ と $g(x)$ について答えなさい。

$$f(x) = \begin{cases} -4x^3 + 8x & (0 \leq x) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < 0, 1 < x) \end{cases}$$

(1) 定積分 $\int_0^1 f(t) g(1-t) dt$ を求めなさい。

(2) 定積分 $S(x) = \int_{x-1}^x f(t) g(x-t) dt$ を場合分けとともに求めなさい。

(3) 前問の $S(x)$ について $S(x) = 0$ であるような x の値を $x \geq 0$ の場合についてすべて求めなさい。