

2025（令和7）年度入学試験問題

数 学

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験時間は60分です。
3. この問題の本文は全部で8ページです。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙は3枚あります。ミシン目を折り曲げて、ていねいに切り離して使用してください。
6. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入してください。
7. 解答にあたっては、必ず黒の鉛筆またはシャープペンシルを使用してください。
8. 解答用紙に記入するときには、下記の点に注意してください。
 - (1) 1枚目の解答用紙には、氏名・受験番号を所定欄に記入し、該当するマーク欄を正確にマークすること。（機械処理上、非常に重要なので誤記のないよう注意してください。）
 - (2) 2枚目と3枚目の解答用紙にも氏名・受験番号を記入すること。
 - (3) マーク部分を訂正する場合は、プラスチック消しゴムで完全に消してから改めて書き直すこと。
 - (4) 枠外の空白部分には何も書かないこと。
 - (5) 解答用紙は、折り曲げたり汚したりしないこと。
9. 問題冊子の余白等は適宜利用してかまいません。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

注意：間違った解答用紙に書いた解答（例えば問題Ⅱの解答用紙に書かれた問題Ⅰの解答）は、採点対象になりませんから注意してください。

問題は次のページから始まります。

I 次の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、関数 $y = \cos 2x - 2 \sin x$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ。

- (2) $f(x) = x^3$ のとき、

$$g(x) = 3 \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

とする。 $g(15)$ の値を求めよ。

- (3) ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について、 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$ とする。
実数 t に対して $\vec{a} - t\vec{b}$ と $\vec{a} + \vec{b}$ が垂直であるとき、 t の値を求めよ。

Ⅱ 正の整数のうち、2の倍数でも3の倍数でもない数を小さい順に並べた数列を $\{a_n\}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第7項 a_7 までの各項の値をそれぞれ求めよ。

(2) 自然数 m に対して $b_m = a_{m+1} - a_m$ とするとき、数列 $\{b_m\}$ の第 m 項 b_m は、実数の定数 s, t を用いて

$$b_m = s + t^{m-1}$$

と表される。 s, t の値をそれぞれ求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とするとき、 S_{100} の値を求めよ。

Ⅲ SさんとTさんは仲の良い友人で、毎月1回一緒に食事に行くが、SさんがTさんに食事をごちそうするか、TさんがSさんにごちそうするか、それとも自分の食事代は自分で支払うかを毎回ゲームの結果で決めている。先月はTさんがゲームの内容を決めたため、Sさんが今月のゲームを決めることになっていた。なお、2人とも数学が得意なため、ゲームの内容を決める際に、少なくとも1つは数学の知識を使用することになっている。

S：「今月はサイコロを使うゲームにしたよ。」

T：「どんなゲームなの？」

S：「まず、僕が1個のサイコロを2回以上投げて、それぞれの回で、1～6の目のうちどの目が出たかを記録するんだよ。」

T：「投げる回数は私に決めさせて。」

S：「うん、いいよ。次に、それぞれの回で記録した目の数すべての最大公約数を求めるんだ。」

T：「今回は最大公約数を使うのね。」

S：「求めた最大公約数が2, 3, 4のいずれかの場合、僕が君に食事をごちそうするけど、5, 6のいずれかの場合は、Tさん、君にごちそうになる。1の場合はお互い自分で支払うということはどうだろう？」

T：「例えば、サイコロを2回投げて2と4の目が出た場合は、2と4の最大公約数は2だから、私は、Sさん、あなたに食事をごちそうになるのね。いいわ、今月はこのゲームで決めましょう！」

このゲームの結果でSさんがTさんに食事をごちそうするか、TさんがSさんにごちそうするか、それとも自分の食事代は自分で支払うかを決定するとき、次の問いに答えよ。

- (1) Tさんがサイコロを2回投げると決めるとき、TさんがSさんに食事をごちそうすることになる確率を求めよ。
- (2) Tさんがサイコロを3回投げると決めるとき、SさんがTさんに食事をごちそうすることになる確率を求めよ。

楽しく食事を終えたSさんとTさんは、ゲームの結果、自分の食事代は自分で支払い家路についた。

T：「今日は食事代をお互い自分で支払うことになったけど、楽しかったわね。」

S：「最後の1回を投げる前までは、それぞれの回で記録した目の数すべての最大公約数は、1ではなかったけどね。」

T：「そうだったね。その状況で食事代をお互い自分で支払うことになる確率はどのくらいなんだろう？」

S：「どのくらいだろう。家に帰ってゆっくり考えてみるよ。」

- (3) k を3以上の整数とする。Tさんがサイコロを k 回投げると決めるとき、 $k-1$ 回目までの目の数の最大公約数は1ではなく、かつ、自分の食事代は自分で支払うことになる確率は、正の整数 a , b , c を用いて次のように表される。

$$\left(\frac{1}{a}\right)^k + b\left(\frac{1}{c}\right)^k$$

a , b , c の値をそれぞれ求めよ。

