# コウホート分析における識別問題への対処

## ----シミュレーションによる検定-----

# 森 宏・三枝義清・川口雅正

#### 1 はじめに

わが国社会は戦後劇的に発展した。『1956年版経済白書』は「もはや戦後でない」を謳ったが、日本経済は1960年~1980年代を通して高い成長を遂げた。一人当たり国民所得は着実に増大し、諸価格の変化は大きかった。生鮮品をはじめ食料品の価格は一般に高騰したが、輸入自由化の進展と、流通合理化に伴い、商品によって価格の低下を示したものも少なくなかった。

予算制約の下で、当該財、iの価格と、競合・補完財jの価格が与えられたとき、効用を極大化させるべくi財およびj財の消費が如何に決定されるかが、伝統的な需要分析であった。たとえば、1980年代経済が拡大するなかでオレンジの輸入は漸進的に自由化され、価格の顕著な低下が予想されたが、当該オレンジの輸入はどれだけ増大し、他方競合する国産のみかんや雑柑類の需要にいかなるインパクトが及ぶかは、まさに伝統的分析の正念場であった。同じ時期に輸入の自由化が進んだ牛肉についても、国産の和牛・乳牛、さらには豚肉などに対するインパクトの予測は、重要な政策事案であった。

1991年に「バブル」が崩壊して以来,経済の成長は停滞し,他方諸価格の急激な変化はなく,消費者物価の緩慢な低下が懸念されるほどになっている。所得と諸価格を主要な説明変数とする伝統的な経済分析の役割は、以前に比べ低下

しているとの指摘も少なくない(時子山,1995; 内閣府,2005年など)。しかし一方では、人口の「少子化・高齢化」は待ったなしに進行している。「若者の果物離れ」を指摘したのは『1994年度農業白書』であった。それ以前にも数人の識者が、生鮮果物に限らず、コメ・鮮魚などでも、若い人たちが中・高年者に比べ目立って消費を減退させていることを指摘していた(森島,1984;山口,1987;石橋,1988など)。

ある時点において若い世代が中・高年世代に 比べ(個人)消費が少ないとしても、差のすべ てがそれぞれが生まれ育った時代背景に基づく 出生世代効果(本稿では以下コウホート効果で 統一) に起因するとは限らない。年齢プロパー の効果として, 中・高年のほうが若年より果物 なり魚をより多く消費する性向が高い(あるい は逆に低い)のかもしれない。世代の効果と年 齢効果が混交しているのである。分析時点を増 やせば、それぞれの年齢階級が生まれ育った時 代が異なってくるし、さらにたとえばオレンジ や牛肉について言えば、輸入自由化以前、移行 期間,完全自由化後などで,当該消費に影響す る社会経済事情は顕著に変異している。社会総 体の消費を,構成員の年齢要因,それぞれが帰 属する出生コウホートの効果と, 各調査時点の 諸条件(価格・所得などの経済条件に加えて,

「健康志向」「家事労働節約志向」など)で説明しようとするのがコウホート分析で、もっとも単純な形が、以下、(1)式に示される線

形・アディティヴな A/P/C(年齢/時代/コウホート)モデルである。

t 年における年齢 i 階級の個人の消費量,  $y_{it}$  は:  $y_{it} = \mu + \beta_i^A + \beta_t^P + \beta_k^C + \varepsilon_{it} \cdots (1)$ 

(1) 式のように表現される。

μ=総平均効果

 $\epsilon_{ii} = 誤差項$ 

 $eta_i^A=i$  年齢階級特有の年齢効果  $eta_i^P=$ 年次 t 年特有の時代効果  $eta_k^C=$ 出生世代 k グループ特有のコウホート効果

(1) 式のモデルについて、たとえばある時 点において,年齢が若い・高齢にかかわらず同 じ値の時代効果 $\beta_t$ が付加されるのは、時によ り不都合であろう。たとえば輸入の自由化で安 価な輸入牛肉が大量に入り、ハンバーガが急増 したとしよう。この影響は年齢の若い層に顕著 に及んでも, 年配の層にはあまり強くないかも しれない。そもそもコウホート効果とは、通常 成人期 ("coming of age", 森, 2001, p.241など) にその時代のインパクトを受けて形成され、生 涯維持されると想定されるビヘヴィヤーである。 とすれば、ある時代特有の効果がすべての年齢 階級に一様に押しなべて付加されてi歳個人の 消費が決まるとする(1)式は、諸々の単純か つ大胆な想定を含んでいる。以下において我々 は、(1) 式の推計をめぐる統計数理論を展開 するが、そもそも A/P/C モデルは、その程度の approximation (事物への近似) を前提している 事をはじめのお断りしておくべきであろう。

年齢階級別の個人消費が、調査年次別に与えられていれば(通常、横方向に年齢階級、縦方向に年齢階級の刻み、たとえば20-24歳、25-29歳、・・・、と調査年の頻度、たとえば5年おき、が一致する場合「標準コウホート表」と呼び、左上からの対角線上に同一コウホートが並ぶ)、コウホート表の各セルの値に(1)式を当てはめ、最小二乗法でパラメー

タ:総平均効果、年齢効果、時代効果とコウホート効果を推計する運びとなる。年齢がたとえば20-24歳から75歳以上まで10階級、調査年次が1980年から2005年まで5年おきに6年、コウホートは調査初年度、1980年に75歳+であった最も古いC1から2005年に20-24歳だった最も新しいC15まで15個、推計すべきパラメータの数は総平均効果を含んで31になる。他方データは10×6=60個である。モデルは一次の簡単な式だし、自由度にも不足はない。最小二乗解は簡単に求められそうに思われる。

ある年次,仮に2005年に50-54歳の個人群は,1951-1955年に出生している。この出生コウホートが50-54歳の値を選ぶのは,2005年しかありえない。年齢i歳と出生時k年を足すと,調査年tになる (i+k=t)。データを説明する3つの因子の間に,線形の従属関係が常に存在し,互いの独立性は成立しない。k年出生のコウホートが,任意の年次t年に,年齢i歳でどれだけ消費するかを3つの因子で説明しているつもりでも,実際には2つの因子で説明しているのと変わりない。コウホート分析の線形 A/P/Cモデルの「識別問題」である。

我々は先の論文,森・Clason「コウホート分析―考え方と手法」2007. 3;田中・三枝・森・川口「識別問題の克服」2007. 7において,この課題には詳しく触れ,「識別問題」の回避\*1の具体的手法を検討した。

\*1. コウホート分析における「識別問題」の 理論的克服はありえないとされている。いろ いろの手立てを講じて、3効果の「真の値」 に近づくのが現実的な対応であると考えてい る。

### 2 「識別問題」の現実的回避

与えられたコウホート表からパラメータの最 小二乗解を求めようとしても、3つのパラメー

タ間に存在する一次従属の関係からデザイン行 列がフルランクでないため、解が一意的に求ま らない。その問題を解消するために、社会学の 分野などでは (Rodgers, 1982; Mason and Smith, 1985, etc.) 任意のパラメータの間に等 値の関係を仮定する、たとえばコウホート効果 に関し, コメや鮮魚消費の場合戦前生まれの世 代は、1930年代前半生まれも1930年代後半生ま れも同じである、あるいは年齢効果に関し40歳 代後半と50歳代前半、さらには50歳代後半も同 じであろうと想定するのである。このような操 作を施せば、統計処理上「ランク落ち」の問題 は解消され、パラメータの推計値は一意的に生 み出される。しかし、そのような「識別のため の制約条件」をどこに設定するか、たとえば上 の例では、1930年代前半生まれと1930年代後半 生まれが同じと置くか,1930年代後半と1940年 代前半を等値と置くかで, あるいはコウホート 効果に替えて年齢効果のある特定部分を持って くることなどで、推計結果に相当の差異が生ず ることは十分予想されるし、われわれが小さな ケース・スタディーで実験しても,「識別のた めの制約条件 | による推定結果の差異は大きく, どれが「真の値」を再現しているか分からない。 そもそも3因子のどの辺りかに、「等値」の条 件を安全に仮定するために必要な「外部情報」 が、常に存在しているとは限らない。

中村は「先験的条件の恣意性」を嫌い(中村、1982、p.81)、年齢・時代・コウホートのすべての因子いついて、「パラメータの漸進的変化\*2」の条件をそれぞれ全領域にわたって(たとえば40歳代後半と50歳代前半の間だけに設定するのではなく)を仮定し、次の(2)式のように、3因子それぞれの隣接するパラメータの一次階差の二乗和の合計を、重み(超パラメータ)つきで最小化する制約条件を加えて、パラメータの推計を行う。重みの組み合わせは

広い範囲で与えておき、グリッド・サーチ方式 により、ABICをミニマイズする組み合わせを 最も尤度の高いモデルとして採用する。

\*2隣接するパラメータの差は劇的には大きくない:戦前生まれと高度成長期以降生まれの世代の間に画然たるコウホート効果の差があるとしても、1970年代後半と1980年代前半生まれの差は劇的ではないであろうなど。

$$\begin{split} &\frac{1}{\sigma_{A}^{2}}\sum_{i=1}^{L-1}(\beta_{i}^{A}-\beta_{i+1}^{A})^{2}+\frac{1}{\sigma_{P}^{2}}\sum_{t=1}^{T-1}(\beta_{t}^{P}-\beta_{t+1}^{P})^{2}\\ &+\frac{1}{\sigma_{C}^{2}}\sum_{k=1}^{K-1}(\beta_{k}^{C}-\beta_{k+1}^{C})^{2}\rightarrow \mathbb{E}$$

$$&(2)$$

中村のベイズ型モデルについては、たびたびその基本構造およびアルゴリズムを詳しく紹介しているので、本稿ではそれらを繰り返すことなく先に進みたい(朝野、森編、2001;田中・森・稲葉・石橋、2004、52-55;森・田中・稲葉、2004、付録2、58-60;田中・三枝・森・川口、2007、11-12など)。

中村は「年齢、時代およびコウホート効果は (カテゴリーの)順序性を有しているので、年 齢階級,調査年時,あるいは出生コウホートの 隣接するパラメータはそれほど異ならない, な いし緩やかに変化すると期待するのは自然であ る」(Nakamura, 1986, 355-56, 森訳)と述べ ている。これが中村のベイズ型モデルの背景に ある基本認識である。しかし長年データに基づ き実態を深く観察し、「魚の消費に関して は、1979年に20歳代前半以下であったか20歳代 後半以上であったかを境に、2種類の日本人が 存在する | と見る極端な認識も存在する(秋 谷, 2007)。中村は「若し大きな変動をするパ ラメータの中でデータへの適合が極めてよいも のがあれば、それに対応する超パラメータを大 きくすることによって選択モデルの候補にする ことができる」(中村, 1982, 91-92) と言い, モデル選択を客観的な ABIC にゆだねている。 我々はおおむねそれを是とするが、現実がすべ て ABIC の大きさだけで接近されるかどうか分からない。中村も「しかし、あくまで適合度の改善の程度とパラメータの無理のない解釈とのバランスの上でモデル選択を考えねばならないのである」と述べている(ibid.,92)。そのためには信頼できると思える「外部情報」を積極的に取り入れることに謙虚でありたいとわれわれは考える。

中村は「識別問題」を克服するために設ける制約条件の恣意性を避け,「パラメータの漸進的変化」という,特定の外部情報がなくとも一般に感覚的抵抗の少ない条件を導入した。しかしこれとて従来の分析で仮定された少数の特定部位の等値の条件を広く拡散したもので,データに関するなんらか「先験的恣意性」から自由であるとは言えない。朝野は,「X がランク落ちしているためにX'X の逆行列が存在しない」問題を,データに即する何らかの識別条件を別途想定するのではなく,純粋数理論的にX の「特異値分解」によってパラメータの推定が可能なことを提案した。Moore-Penrose の「一般逆行列G」を利用する仕方である(朝野,2001,Appendix 2, 362-364)。

Y. Yang, W.J. Fu and K.C. Land (YFL と略記する) は,疫学やデモグラフィー関連のデータをコウホート分解するに当たって,「識別問題を解決」するために伝統的に用いられてきた制約条件つき接近法に不満で,パラメータに対する制約によって変わることのない推計関数を開発し,米 国 社 会 学 会 の SOCIOLOGICAL METHODLOGY 2004, Vol.24に, "a methodological comparison of age-period-cohort models: the intrinsic estimator and generalized linear models," 75-110を発表した。モデルの命名,intrinsic estimator (IE) の "intrinsic" と は,"belonging to the real nature of a thing; not depending on external circumstances" 「事物の真の性質に属す

る;外的事情に依拠しない」(Webster's New World Dictionary) とのことだから,識別のための制約条件如何で推定結果が大きく変わることがない estimator を意図しているのであろう。

三枝は YFL の同上論文を忠実にフォロウし てIEプログラムを組み、森はIEとこれまで用 いてきた中村のベイズ型モデルの両者を使 い,1979年から2006年にいたる日本のコメおよ び鮮魚の家計内個人消費をコウホート分解した。 田中は同じくコメと鮮魚のデータだが、1980年 から2005年にいたる5歳刻み・5年間隔の標準 コウホート表に, 朝野が提案した Moore-Penrose 逆行列を用いて,同様に年齢・時代・コウホー ト効果を推定した。IE・A/P/C モデルの基本的 構造とアルゴリズムは、YFLの論文に我々な りの理解を加えて、2007年7月発表の論文のな かで詳しく展開した。さらに川口はIEの構造 的問題を指摘し、それを補完して、現実的によ り有用な情報を導く可能性などを示唆した(田 中・三枝・森・川口, 2007)。

計算には、コメも鮮魚も、1人当たり消費量 kg実数と、それぞれ常用対数化したデータを用いた。最近年のように個人の年齢階級間に数倍に及ぶ消費量格差が存在するときは、単純な A/P/C モデルでは、常用対数化したほうが統計的フィットだけでなく得られた結果もより自然であるように見える(この問題は、森・Clason「考え方と手法」、2007. 3 に詳しい)。

1人当りkg実数も対数変換データいずれのケースでも、IEによる推計値と中村のベイズ型モデルにおいてABIC最小化のもとで決定されたパラメータの値は、全くと言ってよいほど一致した。正直驚きであった。制約条件として「パラメータの漸進的変化」を、ABICでcalibrate される重みつきで課す我々のモデルが、「恣意的な制約条件」に依存しない、"intrinsic estimator"で傍証されたのは予想外の喜びであ

った。これまでコウホート分析関連ではほとんど耳にしなかったIEに、ベイズ型に劣らない分解能力があるらしいことを喜ぶというより、われわれがこれまで用いてきた中村のベイズ型モデルの有効性に自信を深められたのが嬉しかった。

# 3 対象品目タイプ別のシミュレーション

先の論文,2007.7を提出した後,同様の分析手法を同じ期間の牛肉の家計消費に適用した。1996年の〇-157事件と2001年に始まるBSE問題のため,若干のディスターバンスはあったが,牛肉はコメや鮮魚に比べると年齢階級間の格差は際立って大きくなく,世代間格差も「若者の鮮魚離れ」にたとえられるほど顕著ではない。データを恣意的に加工したり,分析手法に特別修正を施したわけでもないが,ベイズ型とIEで算出されたパラメータは,総平均効果を除き,年齢・コウホート・年次効果のいずれについても,定性的な差\*3とまでは行かないが定量的に無視し得ない差が見られたのである。

\*3 たとえば新しい世代のコウホート効果が 「真の値」より際立って高めに出ると、年齢 効果に関し若い階級の(ありうべき)プラス が小さく、ときに負に転じる可能性もある。 年齢効果とコウホート効果の組み合わせいか んで、時代効果のトレンド成分が消失するこ ともありえよう。

牛肉以外に別の食品を対象に分析を繰り返すうちに、分析対象品目のタイプ、たとえば年齢効果の幅は相当程度大きいがコウホート効果は相対的に非重要で、時代効果のトレンドがプラス (マイナス) 方向に大きい (小さいあるいはほとんど無い) などによって、コウホート表の分解にはベイズ型と IE で、「向き・不向き」があるのかもしれないと感ずるようになった。

幾つかの代表的品目タイプを選び、それぞれベイズ型とIEを作動させて、どのようなタイプの商品にはベイズ型とIEのいずれがより有効に作用するか、さらに望ましくは、その理論構造的背景を探るべく、シミュレーションを実行することにした。最初に年齢・時代・コウホート効果を人為的に想定してコウホート表を作成し、「コウホート分解」の良し悪しの程度と内容を調べた。

当面選んだタイプは14ケース,年齢効果に関 しては若い層がプラス\*4, 年配層がマイナ ス\*4:コウホート効果に関しては新しい世代 がプラス, 古い世代がマイナス:時代効果に関 しては時代が進むほど逓増的;逆に, 若い層が マイナス, 年配層がプラス:新しい世代はマイ ナス, 古い世代がプラス:次代効果は正負のト レンドなし;などで、常識的にあまり存在しそ うもないケースも2-3作成した。それぞれの タイプにベイズ型と IE を分け隔てなく機械的 に適用して、得られた推定値と、最初に想定し た「真の値」との差から「復元」の良し悪しを 採点して一括したのが表1である。採点は主観 的に, A+, A, A-, B+, B, B-, C+, C, C-, Dだが, C-, Dは不可 (total failure), B-, C+は, それぞれの効果について 方向性は正しく復元しているが,数値的には全 く不十分, A+, Aはほぼ完璧に復元, A-, B+はまあまあかなり近いである。「真の値」 と推定値の差の二乗和を、前者の同じく二乗和 で割った100分比が別に(巻末表1数値補録) 用意されている。

\*4 中村のベイズ型と IE いずれのモデルも, それぞれの効果について,初めにゼロ・サム,  $\Sigma\beta=0$ を仮定している。

表1に示されるケース別「復元」の良し悪し をめぐるこの後に続く議論は、統計数理論的で 抽象的なものになるので、初めに具体的な数値 の組み立て方を説明したい。普通にありうるケースとして、タイプ9を取り上げる。総平均効果 (GM) は25、年齢・コウホート・年次効果はそれぞれ合計するとゼロになるようにセットされている。年齢は20歳前半(22)から60歳代後半(67)まで10階級、年次は1979年から1998年まで20ヵ年、コウホートは1979年に最高齢60歳代後半であった、1910-1914年出生の最も古いコウホート#1から、1998年に20歳代前半であった最も新しいコウホート#14まで14個である。人工的に想定した総平均効果、年齢効果、年次効果およびコウホート券別果は、表2の左側に示されている。それらを合成すると、たとえば1979年に40歳代後半(47)は、1930-34年出生のコウホート#5で、このセルの値は:25.0

(総平均効果) +0.5 (47歳の年齢効果) +2.0 (1979年に年次効果) +2.5 (#5のコウホート効果) =30.0である,これに乱数表で選ばれた  $\mathbf{SD} = 0.5$ のランダムエラー,0.43が加わって,計:30.43となる。1980年の同年齢階級は,コウホート#5のうち1930年生まれが次の年齢セルに移り、1935年生まれが新しく参入しているから、このセルのコウホートの(約) 8割が#5、(約) 2割が#6で構成される\*5。したがってこのセルの値は:25.0+0.5+1.5 (1980年の年次効果)  $+0.8\times2.5+0.2\times2$  (#6のコウホート効果) =29.4となり、これにランダムエラー、-0.34が加わって、計:29.06となる。このようにして合成された各年次の年齢階級別個人消費、コウホート表が表3に示されている。

表1 年齢・コウホート・時代 3 効果の組み合わせタイプ別に見たベイズ型と IE モデルの予め想定した パラメータの復元パーフォーマンス

	· / / / / / / / / / / / / / / / / / / /	•	• / (				
	年齢:コウホート	: 眼	持代3効果の組み	合	わせの型	復元の成	<b>え</b> 績¹
タイプ	年齢効果	:	コウホート効果	:	時代効果	ベイズ型2:	IE
1	若年層≫中・高年層	:	新>旧	:	急増化型	A +	B+
2	若年層≫中・高年層	:	新≪旧	:	急増化型	D	D
3	若年層>中・高年層	:	新<旧	:	やや増化型	C —	C —
4	若年層>中・高年層	:	新<旧	:	逓減傾向	A	C —
5	若年層>中・高年層	:	新<旧	:	着実減少型	B+	С
6	若年層>中・高年層	:	新<中・旧	:	着実増加型	C —	D
7	若年層>中・高年層	:	新≪旧	:	変化少ない	D	D -
8	若年層>中・高年層 時代効果に恣意的に大きっ	: なペ	新≪旧 オルティー	:	変化少ない	<u>A —</u>	
9	若年層<中・高年層	:	新<旧	:	着実減少型	А	A -
10	若年層<中・高年層	:	新>旧	:	急増化型	A +	В —
11	若年層≪中・高年層	:	新>旧	:	急増化型	В	В —
12	若年層≪中・高年層	:	新≪旧	:	急減少型	A +	A +
13	若年層≪中・高年層	:	新<≪旧	:	トレンドなし	A	C —
14	若年層<中・高年層	:	新<中・旧	:	トレンドなし	А	В
15	若年層<中年層>高年層	:	新<中間>旧	1:	中間高	A	B+

出所:森が Clason (ベイズ型) と三枝 (IE) が作成したプログラムを用いてシミュレーションを実行した。

注:1. 成績はシミュレーション結果を目で見て主観的にAからDまで。A+, Aはきわめて良好;A-, B+はおおむね良好;B-, C+は各パラメータの方向性は再現しているが,量的フィットは良くない;C-, Dは全く失敗。それぞれのパラメータをどれほど良く再現しているかは,後出表1数値補録に客観的数値で示されている。2. 年齢・コウホート・年次効果に与えた超パラメータは,ABICを最小化するように選ばれた。ただしタイプ8では,タイプ7と同じコウホート表の分解において,時代効果に予め極めて大きなペナルティーを与えて計算した(何らかの「外部情報」により,時代効果はほとんど無いことを事前に承知した上での処置)。

表2 年齢・年次・コウホート効果: 想定した値と再現された値ーベイズ型 vs IE モデル

	想定した値						{ベイズ型}						{IE モデル}					
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		
22	-3	1979	2	1	1	22	-2.94	1979	2.09	1	1.13	22	-3.39	1979	2.34	1	-0.22	
27	-2.5	1980	1.5	2	1.5	27	-2.27	1980	1.54	2	1.38	27	-2.60	1980	1.64	2	0.90	
32	-1	1981	1.5	3	1.5	32	-0.90	1981	1.49	3	1.47	32	-1.14	1981	1.67	3	0.93	
37	0	1982	0.5	4	2	37	0.08	1982	0.16	4	2.02	37	-0.09	1982	0.27	4	1.55	
42	0	1983	1	5	2.5	42	-0.15	1983	0.98	5	2.64	42	-0.19	1983	1.09	5	2.30	
47	0.5	1984	0	6	2	47	0.35	1984	-0.06	6	2.10	47	0.40	1984	0.03	6	2.20	
52	1	1985	-0.5	7	1.5	52	0.90	1985	-0.48	7	1.37	52	1.04	1985	-0.47	7	1.34	
57	1	1986	1	8	0.5	57	1.03	1986	1.05	8	0.60	57	1.27	1986	1.13	8	0.90	
62	2	1987	0	9	0	62	1.94	1987	-0.13	9	-0.23	62	2.29	1987	-0.10	9	-0.01	
67	2	1988	-1	10	-1	67	1.98	1988	-1.13	10	-0.95	67	2.41	1988	-1.14	10	-0.59	
SUM	0	1989	0	11	-2	SUM	0.02	1989	0.12	11	-1.98	SUM	0.00	1989	0.14	11	-1.38	
		1990	0	12	-2.5			1990	0.04	12	-2.71			1990	0.02	12	-2.23	
		1991	0.5	13	-3.5			1991	0.59	13	-3.67			1991	0.55	13	-2.91	
		1992	0	14	-3.5			1992	0.10	14	-3.19			1992	0.03	14	-2.78	
		1993	-1	SUM	0			1993	-1.13	SUM	-0.02			1993	-1.23	SUM	0.00	
		1994	-1.5					1994	-1.61					1994	-1.74			
		1995	0					1995	0.03						-0.09			
		1996	0					1996	0.22					1996	0.09			
		1997	-1.5					1997	-1.43					1997	-1.60			
		1998	-2.5					1998	-2.44					1998	-2.63			
		SUM	0					SUM	0.00					SUM	0.00			

**表3** コウホート表 (年齢階級別個人消費), 1979-1998年:タイプ 9 のケース

年次	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67歳
1979	23.33	24.47	26.45	29.23	28.43	30.43	30.82	29.35	30.27	29.99
1980	21.82	23.71	26.51	27.30	28.55	29.06	30.21	29.47	29.91	28.98
1981	23.39	23.75	25.94	27.88	28.34	29.03	29.23	28.59	30.01	29.47
1982	21.16	20.90	24.44	26.74	26.57	27.92	28.75	27.43	28.77	28.72
1983	21.95	22.41	25.71	27.09	27.43	28.54	29.27	28.83	28.50	29.56
1984	20.67	21.84	23.43	25.56	26.35	27.45	28.54	27.60	28.80	27.86
1985	19.48	20.85	23.58	25.00	24.90	26.51	27.44	27.35	28.87	28.49
1986	19.84	23.63	24.28	25.66	27.78	28.62	29.62	29.71	29.33	29.34
1987	19.33	21.27	22.74	25.47	25.86	26.67	28.36	28.28	28.96	27.96
1988	17.85	19.52	21.79	23.22	24.28	25.53	27.55	27.43	28.93	27.85
1989	19.80	20.61	23.33	24.92	24.78	27.65	28.13	29.33	29.12	28.30
1990	19.10	20.44	23.32	25.67	24.83	26.28	27.62	28.92	28.60	29.15
1991	19.62	21.10	23.45	25.64	25.60	26.69	27.37	29.72	30.15	29.17
1992	18.44	20.50	22.64	24.86	25.17	27.31	27.49	28.97	29.01	28.17
1993	17.52	19.03	21.28	22.76	23.30	25.51	26.68	27.39	28.14	27.54
1994	16.34	18.76	20.64	22.89	23.54	24.34	25.54	26.41	27.31	27.44
1995	18.39	20.56	22.25	24.44	24.60	25.92	26.02	27.92	29.40	29.35
1996	18.75	19.95	22.07	22.95	25.57	25.24	27.93	28.80	29.37	29.15
1997	17.65	18.72	20.57	21.36	23.49	24.24	24.84	25.77	27.44	27.88
1998	16.24	16.89	18.61	20.20	21.26	22.43	25.06	24.80	27.66	27.71

注:年齢階級, 22, 27, …は, それぞれ20歳代前半, 20歳代後半を指す。

これを中村のベイズ型と IE モデルで分解して得られた各パラメータの推定値が、表 2 の右側にそれぞれ示されている。正確な計算結果は後出表 1 数値補録に記載しているが、ベイズ型は年齢・コウホート・年次効果のいずれもきわめて良く復元していると見てよいだろう(採点はA)、IE は 3 効果のいずれも方向性は正しく再現しているが、細かな数値的フィットはベイズ型にかなり劣る(採点はAー)。

\*5 隣り合う短い期間には、出生率と死亡率 は年によって大きく変わらないと想定してい る。

表1を総括すると、ベイズ型もIEも特定の タイプ, 2, 3, 6, 7でははじめに想定した パラメータの復元に失敗している。タイプ11で は、いずれも失敗とまでは言えないが、合格す れすれである(B)。タイプ4,13ではベイズ 型はAだが、IEは失敗している。タイプ 1, 9, 10, 12, 14, 15では, いずれも合格点 だが、どのケースもベイズ型の点数のほうが高 い。理論的に厳密な評価は次節以降に展開され るが、現実の世界で通常存在し得ないようなタ イプ, たとえばタイプ2:年齢効果に関しては 「若者型」だが、コウホート効果に関しては顕 著に「旧世代型」, しかも時代効果は急成長型 の場合は、ベイズ型もIEも、想定したパラメ ータの復元に完全に失敗している。タイプ6も 同様なケースである。タイプ7は,年齢効果に 関しては「若者型」だが、コウホート効果に関 しては顕著に「旧世代型」で、時代効果は変化 がないケースだが、ベイズ型はあらかじめ時代 効果を無視するようなウエイト付けをしないと, IE 同様完全に失敗する。その点,時代効果に 関し低減傾向が存在すると、タイプ4、5の場 合,ベイズ型は再現に成功している。これらの 差異がもたらせられる理論的背景は,次節で部 分的にせよ明らかにされるはずである。

- 4 IE の枠組みのもとでのシミュレー ション結果の分析
  - ―と〈に年次効果の線形成分に注目して― (三枝義清稿)

#### a. A/P/C データの生成

年齢階級数をa,年次数をp,コホート数をcとする。15個のタイプ毎に一組のA/P/Cデータが次式に従って生成されている;

$$Y = Xb + error \tag{3}$$

ただし、X は  $n \times m$ の行列, ゼロ和制約 により b のいずれの成分も最後の要素が除去されている。どのタイプも、a=10, p=20, n=200, m=42

error は標準偏差 (SD) が0.1か0.5の正 規乱数である。

以下,IEの枠組みの中で,シミュレーションの結果を分析していくが、

先ず、既知の仮設パラメータ (b) を、次のように IE の空間座標で表現する;

$$b = b_0 + tB_0$$
 (4)  
 $t \in \mathcal{E}_0$ ,  
 $b_0 = (I - B_0 B_0)b$  (5)  
 $t = B_0b$ 

である。

(4) 式の $B_0$  は、 $\mathbb{E}$ で登場する固有値ゼロの固有ベクトル $\tilde{B_0}$ を標準化したもので、 $\tilde{B_0}$  は簡単な公式で計算できる。例えば

$$\vec{B}_{0}$$
  $(a+j) = -0.2LP(j)$ ,  $j = 1, p-1$  ただし,  $LP(j) = (j-(p+1)/2)$ ,  $j = 1, p$  (6) ある。

Data (Y, X) から得られる IE を B とすると、 (5) 式の $b_0$  は B の期待値であり仮設パラメータ b が与えられば、 $b_0$  は (5) 式で決まってくる。

#### 記号:

ここでは特に、b の年次成分 $\{Pe(j)j=1,p\}$ の Linear trend の傾きに注目する。以下、Linear trend の傾きを LSP と略記するが、 $\{Pe(j)\}$ の LSP は

	タイプ 1	タイプ 2
年齢	-1.0788	-1.0061
年次	0.4541	0.4541
コウホート	0.3648	-0.6659

コウホート成分のトレンド (LPS) に大きな 差がある。

#### **b** と **B** の 乖離

b(i)-B(i)の二乗和 (i=1,..m) に注目すると、二乗和は次に様に分解される;

$$(b-B)'(b-B) = (b_0 - B)'(b_0 - B) + t^2$$

右辺の第一項はBの標本変動で生ずる項 (その期待値は1か0.04) であるが,各タイプ の二乗和を差別するのは線形成分のtの値である。tの絶対値で評価すれば

表1のIEの列に対応した結果が獲られるが、 タイプ13を除けば両者は一致している。

# b. ベイズ型推定量の偏り(特に年次成分の $S_n$ の偏り)

b と $b\hat{n}$  を直接比較するより、 $S_p$  と $S_{p1}$ を比較するほうが簡単である。

 $\hat{bn}$ が信頼できる推定量であれば、 $S_{p1}$ は $S_{p}$ の近傍に集中するだろう。例えば、

表1の評価がA+のタイプ1では,

$$S_b - S_{b1} = -0.003$$

表 4 の第 3 列に差( $S_p$   $-S_{p1}$ )を掲げてある; 比較のために, $b_0$  と B,それぞれの LPS の $S_{p2}$ と $S_{p3}$ を計算して,差( $S_{p2}$   $-S_{p3}$ )を求めた。Bは $b_0$  の不偏推定量だから $S_{p3}$ は $S_{p2}$ の周りを, 次のような分散を持って変動する;

$$VAR(S_{b3}) = LP'VAR(Pe)LP \tag{8}$$

ただし、VAR(Pe)はVAR(B)の部分行列(年次成分に関連した)。

VAR(B)については、田中、三枝、森、川口(2007)を参照されたい。

従って、 $(S_{p2}-S_{p3})$  はゼロの周りを変動するが、その標準誤差は0.012 (error の SD が0.1 の時)か、0.06 (SD=0.5の時)になる。

 $S_{\rho_1}$ の標準誤差を(8)式と同じ要領で計算した結果が表4の第4列に掲げられている。この標準誤差(SD)から判断すれば、 $(S_{\rho}-S_{\rho_1})$ の差はタイプ2、3、6、7(表1でC、Dの評価がついてタイプ)、を除けば、誤差の範囲内といえる。(Dマークのタイプ2については、更に5組の標本を生成したが、結果は次の通り;0.151、0.141、0.124、0.149、0.148.系統的な偏りは明らか。)

 $S_p - S_{p1}$ の絶対値で $\hat{bn}$ を評価すれば,後出表 1 数値補録のベイズ型の列に対応した結果が得られる:例えば:

タイプ; 1 2 3 5 devc; 1.64 102.17 69.38 3.22 
$$S_p - S_{p1}$$
; 0.003 0.1435 0.0609 0.014 評価; A + D C B +

AとA+を区別しなければ,両者は一致している。

後出\*6で、明らかにするように、年次成分 のベイズ型の推定値は、年齢成分に依存する項 (A) と年次成分に依存する項 (Y) とコホート成分に依存する項 (C) の和になっている。

従って、年次成分の LPS も A 、Y 、C の三つ の部分に分解される。例えば、タイプ 1 とタイプ 2 の場合は:

 $S_{\rho}$   $S_{\rho 1}$  0 順能 A Y C タイプ1: 0.4541 0.4708 -0.0255 0.4422 0.0541 タイプ2: 0.4541 0.3458 -0.0296 0.4513 -0.0758 ここに見られるとおり,タイプ2の過小評価は C 項によるものである。

#### c. 線形成分のt の推定

A/P/C モデルのパラメータb の時代成分の $S_a$  が既知であれば、IE では無視された

b の線形成分のt を (9) 式のt\*で偏りなく推定できる;\*7

$$t^* = (S_{\rho 3} - S_{\rho})K$$
 (9)  
ただし、 $K = 5 \parallel \tilde{B}_0 \parallel$ 

(9) 式の $S_p$  を $\hat{bn}$ の $S_{p1}$ で代理して, (10) 式のt2で推定すれば

$$t2 = (S_{b3} - S_{b1})K \tag{10}$$

tの推定に偏りが生ずるが、t2の偏り(t2-t) は次のように分解される;

$$t2 - t = [(S_{b3} - S_{b2}) + (S_b - S_{b1})]K$$
 (11)

(11) 式の右辺の第一項は、 $VAR(S_{p3})$ を持って標本変動で生ずる項である。従って、t2の偏りは、専ら第二項の $S_{p1}$ の偏りで生ずることになる。各 type Ot2が表 4 の第 7 列に掲げられている。t2 を線形成分に持つ推定量を、以下bm と記す;

$$bm = B + t2B_0 \tag{12}$$

 $\hat{bm}$ は IEのBをベースにした,(3)式のbの推定量であるが,他方で $\hat{bm}$ は $\hat{bn}$ と密接な関係を持っている;両者の関係を次の $R^2$ で測った結果が表 5 に掲げらている。

$$R^{2} = (\hat{bn} - \hat{bm})' (\hat{bn} - \hat{bm})/\hat{bn}' \hat{bn}$$
 (13)

## "bnの線形成分"

 $\hat{bm}$  は $\hat{bn}$  の IE バージョンと,称するべきものである。(10) 式のt2を, $\hat{bn}$  を特徴ずけるパラメータと見なして,(12) 式の第二項を,推定量 $\hat{bn}$  の "線形成分" と呼ぶことにする。前節で,牛肉について,ベイズ型と IE の推定値の乖離が指摘されているが,この乖離は $\hat{bn}$  の線形成分によるものと,みてよい。品目別にt2を計算すると;

#### 表(イ) 品目別の"線形成分"

\*\* 鮮魚 果物 肉類 オレンジ S<sub>p1</sub>: -.7264, -.0378, -.3537, -.0428, -.1605, t2:: .7396, -.3000, -3.6782, 4.7092, -.3419, 注 肉類 (1979 - 2001), オレンジ (1987 - 2006), \*\*,

鮮魚 (1979 - 2006)。もとになったデータは森の提供。

この結果によると、肉類のIE型の推定値は; B+4.7092B<sub>0</sub>となる。

## "b とbm の乖離"

 $b(i)-\hat{bm}(i)$ の二乗和(I=1,m)を分解する

$$(\hat{bm}-b)'(\hat{bm}-b) = (B-b_0)'(B-b_0)$$
  
  $+(t2-t)^2$ ,

分解した結果を表 5 の第  $2 \sim 4$  列に並べてあるが,各タイプの二乗和を差別するのは右辺の第二項である。この項で,ベイズ型を評価した結果が表 5 の注 2 に並べられている。

t2と は 別 に t を 確 定 す る 方 法 に,石 井 (1984)が紹介した方式がある; $b = B + tB_0$  と して,b の一次階差の重みつき二乗和を最小化 するように,t を定める。

この方式では、ウエイトの選択が問題になるが、ここでは、ウエイトをすべて1にした場合の、tの値 (t3) を表4の第8列に並べてある。

tの確定を、全く別の視点から、接近する事もできる。

# d. 線形成分の新たな推定法— "Sensitivity" による接近

線形成分のtを確定して、得られる推定量を $\hat{b}(t)$ と記す;  $\hat{b}(t) = B + tB_0$ 

Fu and Hall (2004) は [識別問題] に対処するために、 $\hat{b}(t)$ の sensitivity に注目する;a 或いはp を増減することにより、 $\hat{b}(t)$ は増減するが、その度合いを "sensitivity" と呼び、それを測るための定義式  $f(\hat{b},t)$ を紹介した\*8。 sensitivity analysis はシミュレーションによって実行される:例えば、標準コホート表をベースにしたtype 9 の場合、SD=0.1で標本抽出してLEを計算する一grid searchで $f(\hat{b},t)$ を最小化するような minimat を求めると、-0.06が得られる一標本抽出を反復して、minimatの平均(=tmin)を求めると、type 9 の場合の tmin の絶対値はゼロに近くなるだろう。

Fu and Hall のシミュレーション (8組の type についての) によると tmin はゼロの近傍に集中しており、IEのBは、t=0の推定量であるから、Bの頑健性がシミュレーションで確かめられたことになる。

以上は、標準コホート表に基づく結論であるが、 我々がベースにしている 一般コホート表の場 合には、tmin はゼロから離れた区間にあるよ うだ。

例えば、type13の場合;SD=0.5において、標本抽出を100回反復した結果は;tmin=-2.605(標準誤差は0.012)となる。従って、tous sensitivity を考慮すれば、tous type13の線形成分のt は -2.605に設定される。

 $\mathbf{c}$ . で述べたよう, $\hat{bm}$  は $\hat{bn}$  のコピーであるから,(10) 式のt2は,推定量 $\hat{bn}$  の頑健性を示すパラメータと見なせる。従って,ベイズ型の

 $\hat{bn}$ の 頑 健 性 を 直 接 測 定 す る 代 わ り に, $f(\hat{bm},t^2)$  で近似的に評価できる。前出表(イ)の $t^2$ を使って,各品目のベイズ型推定値の頑健性を計算してみると,次の通りになる;

米 品目: 鮮魚 果物 肉類 オレンジ  $f(\hat{bm},t2)::$  8.12 0.415 10.38 1.078 4.259 f(B,tmin): 8.06 0.128 10.02 0.087 4.096 tmin: 2 0.05 -0.5 -1.5-7

注 肉類 (1979 - 2001), オレンジ (1987 - 2006), 米, 鮮魚 (1979 - 2006)

 $\hat{bn}$  の sensitivity は、肉類を除けば、t2を tmin に変えても殆ど変わらない。

肉類の場合には、推定値の頑健性に拘れば、ベイズ型よりも IE が選択されることになろう。

\*6:ベイズ型の推定量の期待値は、 $(X'X+D)^{-1}X'Xb$ で評価できる; D は選択された Hyper-parameter に依存する対角行列。タイプ2の年次成分の場合は、次のように分解される;

ベイズ型推定量の期待値 (タイプ2の年次成分の場合)

期待值	A	Y	С
-3.9729.	0.2805	-4.9732	0.7198
-4.0778	0.2512	-4.9728	0.6440
-3.1858	0.2294	-3.9758	0.5679
-1.3033	0.1927	-1.9878	0.4919
-1.3989	0.1634	-1.9783	0.4159
0.4772	0.1341	0.0034	0.3398
-0.6207	0.1044	-0.9902	0.2650
-1.7219	0.0746	-1.9867	0.1902
-0.8386	0.0449	-0.9988	0.1154
-0.9398	0.0151	-0.9955	0.0406
-0.0502	-0.0147	-0.0014	-0.0342
0.8369	-0.0445	0.9927	-0.1113
0.7332	-0.0743	0.9960	-0.1884
1.6203	-0.1042	1.9901	-0.2656
2.5042	-0.1341	2.9811	-0.3428
1.4097	-0.1640	1.9937	-0.4200
3.2843	-0.1931	3.9724	-0.4949
2.1900	-0.2222	2.9819	-0.5697
2.0834	-0.2513	2.9792	-0.6446

注:総平均効果の寄与はゼロとみなせる。A は年齢成分に、Y は年次成分に、C はコホート成分にそれぞれ依存する項である。

表 4 シミュレーションの結果の集約(1)

	1	2	3	$4^{1}$	5	6	7	8
type	t	$S_p$	$S_{p1}$	SD	$S_p - S_{p1}$	$S_{p3} - S_{p2}$	<i>t</i> 2	<i>t</i> 3
1	-2.709	0.4541	0.4571	0.012	-0.0030	-0.0046	-3.331	2.205
2	-14.975	0.4541	0.3106	0.015	0.1453	-0.0001	-3.183	-4.281
3	-5.226	0.0403	-0.0206	0.007	0.0609	-0.0021	-0.387	1.090
4	-10.162	-0.2194	-0.2188	0.017	-0.0006	0.0051	-9.793	-1.115
5	-6.627	-0.2534	-0.2637	0.014	0.0104	-0.0041	-6.116	-1.569
6	-11.929	-0.0953	-0.0052	0.019	0.0925	-0.0004	-4.356	-2.000
7	-16.757	0.0083	-0.1286	0.045	0.1369	0.0086	-4.793	-2.305
8	-16.757	0.0083	0.0065	0,045	0.0017	0.0086	-15.906	-2.305
9	-1.800	-0.1549	-0.1804	0.011	0.0255	-0.0010	0.2137	-3.245
10	4.011	0.5520	0.5518	0.009	0.0034	0.0006	4,345	-0.513
11	4.028	0.5698	0.5968	0.016	-0.0272	0.0066	2.336	3.306
12	-0.093	-0.8034	-0.7998	0.009	-0.0036	0.0025	-0.179	-3.050
13	-22.950	0.0403	0.0465	0.007	-0.0062	0.0061	-22.961	-7.168
14	-1.738	0.0129	0.0098	0.006	0.0031	-0.0006	-1.538	-1.677
15	1.563	-0.0165	-0.0061	0.008	0.0105	-0.0039	0.384.	1.563

注1:第4列のSDは $S_{\flat 1}$ の標準誤差;注2:type 3, 10, 14のSDは0.1, 他は0.5.

表5 シミュレーションの結果の集約(2)

	1	2	3	4
タイプ	$R^{2}$	$\ \hat{bm} - b\ ^2$	$\ B - b_0\ ^2$	$(t  2 - t )^2$
1	0.0041	1.7017	1.3146	0.3871
2	0.0074	139.97	0.9140	139.05
3	0.0024	24.8834	0.0291	24.8542
4	0.0045	1.1038	0.8196	0.2842
5	0.0074	1.2716	1.0100	0.2615
6	0.0096	58.0403	0.6885	57.3518
7	0.0096	144.13	0.9916	143.13
8	0.0162	1.7150	0.9916	0.7234
9	0.0059	5.3885	1.3345	4.0538
10	0.0006	0.1402	0.0284	0.1118
11	0.0139	3.5442	0.6807	2.8635
12	0.0007	2.0523	2.0450	0.0073
13	0.0006	1.0764	1.0763	0.0001
14	0.0004	0.1307	0908	0.0040
15	0.0080	0.1402	0.0284	0.1118

注1: (13)式の二乗和は、いずれ、も除去された要素を含めた合計である:たとえば $\hat{bn}'\hat{bn}\equiv\hat{bn}(j)$ の二乗和( $j=1,\cdots,m+3$ )。従って、 $\hat{bn}(j)$ 、b(j)の、それぞれの合計は;

注2:タイプ1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14& 15の評価はそれぞれ以下のとおり: A, D, C, A, A, C, D, A, B, A, B, A, A, A& A. なお(t2-t)²が1以下は、全てAとした。

\* 7:標準コホート表について述べると;
$$(4) 式を書き換えて$$

$$b = b_0 + t_0 B_0$$
ただし, $t_0 = t/\|B_0\|$ :
上式の LPS を求めると
$$S_p = S_p 2 + t_0$$
,従って
$$t = (S_p 2 - S_p)\|B_0\|$$

 $\hat{b}(t,age)$ : b(t) の年齢成分の推定値

 $\hat{b}(t, age-1)$ :最初の年次グループを除去したデータから推定された

 $\hat{b}(t)$ の年令グループの推定値

 $\hat{b}(t, age-p)$ : 最後の年次グループを除去したデータから推定された

 $\hat{b}(t)$ の年齢成分

 $\hat{b}(t,period)$  :  $\hat{b}(t)$  の年次成分の推定値  $\hat{b}(t,period,-1)$  : 最初の年齢グループを除

去したデータから推定さ れた

 $\hat{b}(t)$ の年次成分の推定値

 $\hat{b}(t, period, -a)$ : 最後の年齢グループを除去したデータから推定さ

れた

 $\hat{b}(t)$  の年次成分

5 シミュレーション結果の差異に関する理論的考察—

IE 解および中村のベイズ解の構造的問題— (川口雅正稿)

#### a. IE 解のゼロサム制約問題の克服

先の論文,田中・三枝・森・川口「識別問題の克服」2007.7の39-44頁で取り上げたIEの計算方法についてまず補足しておきたい。それぞれの効果のパラメータについてゼロサムの制

約を課し、各効果とも最後のパラメータを省略 して計算をおこなった。しかしどのパラメータ を省略するかによって計算結果が異なることが 知られている。この問題は次のように、省略し たパラメータも考慮に入れて、計算すると解決 される。

いま最後のパラメータを省略して計算した結果を利用し、最後のパラメータも含めて最小二乗解の一次元の解空間のパラメータの値と、IEで言うところの $B_0$ ベクトルの要素を表すと、次のようになる(上掲論文42-43頁の表を参照)。

<18	ラメータの値	>	$\langle B_0$ の要素	> 〈t=①の時の
				パラメータの値〉
$\mu \ =$	14.75		0	14.75
$\beta_1^A = $	-6.625 + (3/	(2) t	-(3/2)	-5.638
$\beta_2^A = $	-0.875 + (1/	2) t	-(1/2)	-0.546
$\beta_3^A =$	4.25 - (1/	2) t	(1/2)	3.921
$\beta_4^A =$	3.25 - (3/	2) t	(3/2)	2.263
$\beta_1^P =$	0.50 - (3/	(2) t	(3/2)	-0.487
$\beta_2^P =$	1.50 - (1/	(2) t	(1/2)	1.171
$\beta_3^P =$	0.125 + (1/	2) t	-(1/2)	0.454
$\beta_4^P = \frac{1}{2}$	-2.125 + (3/	2) t	-(3/2)	-1.138
$\beta_1^{\scriptscriptstyle C}=$	-0.5 +	3 <i>t</i>	-3	1.474
$\beta_2^{\scriptscriptstyle C}=$	-1.0 +	2 t	-2	0.316
$\beta_3^{\scriptscriptstyle C}=$		t	-1	0.658
$\beta_4^{\scriptscriptstyle C}=$	1.50		0	1.50
$\beta_5^{\scriptscriptstyle C}=$	0.50 -	t	1	-0.158
$\beta_6^{\scriptscriptstyle C}=$	-0.50 -	2 t	2	-1.816
$\beta_7^{\scriptscriptstyle C}=$	_	3 <i>t</i>	3	-1.974
1列と	2列の(積和)	=25	5.0 - 38.0	$t = 0 \downarrow 0  t = 0 = 0$

<u>1 列 と 2 列 の (積 和) = 25.0 - 38.0 t = 0 よ り  $t = \overline{U} = 0.657895$ </u>

解空間の〈パラメータの値〉と $B_0$  ベクトルの対応する要素との積和がゼロとなり、両者が直交するのはt=(t=0).657895の時である。この時の〈パラメータの値〉が新に得られるIE解であり、最後のパラメータを無視して計算した以前の解とは若干異なる。この違いは最後のパラメータを含めるかどうかでt=(t=0)の値が若干異なるためである。

このように省略したパラメータも含めて計算

すると, どのパラメータを省略した計算結果か ら出発しても全く同じ「新たな IE 解」が得ら れる。たとえば、各効果とも最初のパラメータ を省略して計算した結果から出発し、最初のパ ラメータも含めて一次元の解空間を構成し,  $B_0$  ベクトルの対応する要素との積和がゼロと なる t= t の値を計算し新たな IE 解を求めて も、上述の解と全く同じ「新たなIE解」が得 られる。というのは、どのパラメータを省略し て計算しても、省略したパラメータも含めて一 次元の解空間を構成すれば, 構成された解空間 は全く同じものであり、その解空間の中で $B_0$ ベクトルと直交する解 (t=0)の時の解) はた だ一つしか存在しないからである。なお省略し たパラメータを無視して求めた以前の IE 解は、 全てその一次元の解空間に含まれるので、それ らの違いは $B_0$  ベクトルに比例したものである。

省略するパラメータによってIE 解が異なることは、以後の理論展開にとって不合理であるから、本節では省略したパラメータも考慮に入れて上述のように計算された「新たなIE 解」に基づいて理論展開を行いたい。ただし後述のように、数値計算上は以前のIE 解と新たなIE 解との差はそれほど大きなものではないと考えられるので、本稿のシミュレーション結果の分析にあたっては、両者の差は小さいものと考えて考察を進めたい。

#### b. 一般コウホート表に対応する $B_o$ ベクトル

上掲論文の39-44頁で取り上げた IE 解の計算は、年齢区分と調査年次の間隔が一致する「標準コウホート表」に対応するものであった。標準コウホート表の場合には、一般平均 $\mu$ に対応する $B_0$ ベクトルの最初の要素はゼロであったが、本稿のシミュレーション分析で利用されるコウホート表は標準コウホート表ではなく、一般コウホート表である。一般コウホート表の場

合には、各効果のパラメータに関するゼロサム制約を満たすため、一般平均 $\mu$ に対応する $B_0$ ベクトルの最初の要素が必ずしもゼロとはならない。またコウホート効果について、上掲論文17頁\*2で述べられるような想定がなされている。より具体的に、本稿のシミュレーションで利用される一般コウホート表の場合には、最小二乗解の一次元の解空間のパラメータは、上述のような「新たな IE 解 IE を利用すると、

(解空間のパラメータ)

= 「新たな IE 解」+ $t(B_0$  ベクトル)・・・ (14)

という形式で、次のように表される。ただしM、 $A_i$ 、 $C_k$ ,  $P_j$  ( $i=1\sim10$ ,  $k=1\sim14$ ,  $j=1\sim20$ ) という記号は「新たな IE 解」の要素である。

```
\mu = M + 0.2 t
                            \beta_1^{C} = C_1 - 13 t
\beta_1^A = A_1 - 9 t
                                                             \beta_1^P = P_1 + 3.8 t
\beta_2^A = A_2 - 7 t \qquad \beta_2^C = C_2 - 11 t
                                                             \beta_2^P = P_2 + 3.4 t
\beta_3^A = A_3 - 5 t
                         \beta_3^{\,c} = C_3 - 9 t
                                                             \beta_3^P = P_3 + 3.0 t
\beta_4^A = A_4 - 3 t
                            \beta_4^{C} = C_4 - 7 t
                                                             \beta_4^P = P_4 + 2.6 t
\beta_5^A = A_5 - 1 t \qquad \beta_5^C = C_5 - 5 t
                                                            \beta_5^P = P_5 + 2.2 t
\beta_6^A = A_6 + 1 t \qquad \beta_6^C = C_6 - 3 t
                                                             \beta_6^P = P_6 + 1.8 t
\beta_7^A = A_7 + 3 t
                            \beta_7^{C} = C_7 - 1 t
                                                             \beta_7^P = P_7 + 1.4 t
\beta_8^A = A_8 + 5 t
                             \beta_8^{C} = C_8 + 1 t
                                                             \beta_8^P = P_8 + 1.0 t
\beta_9^A = A_9 + 7 t
                              \beta_9^{C} = C_9 + 3 t
                                                             \beta_9^P = P_9 + 0.6 t
\beta_{10}^{A} = A_{10} + 9 t
                              \beta_{10}^{C} = C_{10} + 5 t
                                                             \beta_{10}^{P} = P_{10} + 0.2 t
                              \beta_{11}^{C} = C_{11} + 7 t
                                                             \beta_{11}^{P} = P_{11} - 0.2 t
                               \beta_{12}^{c} = C_{12} + 9 t
                                                             \beta_{12}^{P} = P_{12} = 0.6 t
                              \beta_{13}^{C} = C_{13} + 11 t
                                                             \beta_{13}^{P} = P_{13} - 1.0 t
                               \beta_{14}^{C} = C_{14} + 13 t
                                                             \beta_{14}^{P} = P_{14} - 1.4 t
                                                             \beta_{15}^{P} = P_{15} - 1.8 t
                                                             \beta_{16}^{P} = P_{16} - 2.2 t
                                                             \beta_{17}^{P} = P_{17} - 2.6 t
                                                             \beta_{18}^{P} = P_{18} - 3.0 t
                                                             \beta_{19}^{P} = P_{19} - 3.4 t
                                                             \beta_{20}^{P} = P_{20} - 3.8 t
```

なお本稿表1のタイプ1とタイプ2のシミュ レーションについて、各効果の最後のパラメー タを省略して計算した以前のIE解と、「新たなIE解」との関係を調べると、次のような関係が成立する。

タイプ1:「新たなIE 解」= (以前のIE 解) +0.004765 ( $B_0$  ベクトル)

タイプ2: 「新たなIE解」= (以前のIE

解) -0.024696 ( $B_0$  ベクトル)

このように両者の間には大きな差はないと考えられる。他のタイプのシミュレーションにおいても、両者の差はそれほど大きくないことが 実際に計算で確認される。

#### c. IE 解の構造的問題

シミュレーションで利用された各効果のパラメータの設定値(真の値)は、誤差項に起因する推定誤差は伴うものの、適当なtの値に対して(14)式の関係を近似的に満たしていると考えられる。つまり、パラメータの真の値(設定値)は近似的に最小二乗解の一次元の解空間に含まれると考えてよい。従って IE 解が真の値を復元するためには、(14) 式の関係を満たす補助変数tの値が近似的にゼロとならなければならない。そこで実際に各タイプのシミュレーションごとに、(14) 式の左辺に45個のパラメータの設定値(真の値)を代入し、(14) 式の関係を近似的に満たすtの値を次の関係式を利用して求めてみよう。

まず(14)式の両辺(左辺と右辺のそれぞれ)と $B_0$  ベクトルとの積和を求めると、「新たな IE 解」と $B_0$  ベクトルとは直交し積和はゼロであるから、

 $\{(パラメータの設定値) と (B_0 ベクトル) の積和 \}$ 

和}

という関係が近似的に成立する。従って(14) 式の関係を近似的に満たすtの値Tは

 $T = \{(パラメータの設定値) と (B_0 ベクトル) の積和 \} / \{(B_0 ベクトル) と (B_0 ベクトル) の積和 \} ......(15)$ 

という式で表される。この(15)式のTは、横座標(X座標)が $B_0$  ベクトルの各要素の値で、縦座標(Y座標)が対応するパラメータの設定値(真の値)であるような45個の点を平面(XY平面)上にプロットし、原点を通る直線を最小二乗法で求める時の、直線の傾きにほかならない。この傾きがゼロとなることは直感的に考えても一般的ではないように思はれる。実際に表1のタイプ1からタイプ15まで、1E解が示されていないタイプ8を除いて、Tの値を(15)式で計算すると次のような結果が得られる。

タイプ 1: T = -0.0964タイプ 2: T = -0.4358タイプ 3: T = -0.1758タイプ 4: T = -0.3035タイプ 5: T = -0.1928タイプ 6: T = -0.3541タイプ 7: T = -0.5134タイプ 9: T = -0.0498タイプ 10: T = 0.1201タイプ 11: T = 0.0778タイプ 12: T = -0.0525タイプ 13: T = -0.7584タイプ 14: T = -0.0807タイプ 15: T = -0.0092

表1より、各タイプのTの値とIE解の復元成績との間に密接な関係があることが明らかであろう。つまりTの絶対値が大きいタイプで

の IE 解の復元成績はよくないが、小さいタイプでの IE 解の復元成績はよい。というのは、 (14) 式から明らかなように、IE 解とパラメータの設定値(真の値)との差は近似的に、T ( $B_0$  ベクトル)、に等しいからである。

上述の平面上の45個の点を,一般平均に対応する一つの点(0.2, $\mu$ ),年令効果に対応する10個の点(-9, $\beta_1^A$ )~(9, $\beta_{10}^A$ ),コウホート効果に対応する14個の点(-13, $\beta_1^C$ )~(13, $\beta_{14}^C$ ),時代効果に対応する20個の点(3.8, $\beta_1^P$ )~(-3.8, $\beta_{20}^P$ ),にグループ分けし,最小二乗法による

年令効果グループの原点を通る直線の傾き  $\theta_A$ 

コウホート効果グループの 原点を通る直線の傾きを  $\theta_{C}$ 

時代効果グループの 原点を通る直線の傾きを  $\theta_P$ 

で表すと、(15) 式のT の値は次のように表される。

 $(0.2)^2 = 0.04$ 

$$\theta_{A} = \{(-9)\beta_{1}^{A} + (-7)\beta_{2}^{A} + (-5)\beta_{3}^{A} + \dots + 5\beta_{8}^{A} + 7\beta_{9}^{A} + 9\beta_{10}^{A}\}/330;$$

$$(-9)^{2} + (-7)^{2} + (-5)^{2} + (-3)^{2} + (-1)^{2} + 1^{2} + 3^{2} + 5^{2} + 7^{2} + 9^{2} = 330$$

$$\theta_{C} = \{(-13)\beta_{1}^{C} + (-11)\beta_{2}^{C} + (-9)\beta_{3}^{C} + \dots + 9\beta_{12}^{C} + 11\beta_{13}^{C} + 13\beta_{14}^{C}\}/910;$$

$$(-13)^{2} + (-11)^{2} + (330) + 11^{2} + 13^{2} = 910$$

$$\theta_P = \{3.8\beta_1^P + 3.4\beta_2^P + 3.0\beta_3^P + \cdots + (- 密度 \pi との積である事後密度$$

$$3.0)\beta_{18}^P + (-3.4)\beta_{19}^P + (-3.8)\beta_{20}^P$$
  
/106.4

; 
$$(3.8)^2 + (3.4)^2 + (3.0)^2 + (2.6)^2 + \cdots$$
  
 $\cdots + (-2.6)^2 + (-3.0)^2 + (-3.4)^2 +$   
 $(-3.8)^2 = 106.4$ 

従って (16) 式から明らかなように、 $\theta_A$ 、 $\theta_C$ 、 $\theta_P$ が同符号となり、 $\theta_C$ の絶対値が大きい時に T の絶対値は大きくなる。特に $\theta_C$ の影響が大きいことが分かる。

#### d. 中村のベイズ解の構造的問題

中村の ABIC を利用する解法では、各効果の 隣接するパラメータの一次階差の重み(超パラ メータ)つき平方和の合計を最小化する、とい う形で外部情報を考慮している。具体的に言う と、そのような外部情報を正規分布の密度関数 の形式を借りて主観確率密度π(事前密度)

 $\pi(\beta \mid x.v.z)$ 

$$=Hx^{-\left(\frac{I-1}{2}\right)}y^{-\left(\frac{I-1}{2}\right)}z^{-\left(\frac{K-1}{2}\right)}exp$$

$$\{-(1/2)\left[\sum_{i=1}^{I-1}(\beta_{i}^{A}-\beta_{i+1}^{A})^{2}/x+\sum_{j=1}^{I-1}(\beta_{j}^{P}-\beta_{j+1}^{P})^{2}/y+\sum_{k=1}^{K-1}(\beta_{k}^{C}-\beta_{k+1}^{C})^{2}/z\right]\}\cdots\cdots (17)$$

ただし、Hはある正の定数、 $x = \sigma_A^2$ 、 $y = \sigma_P^2$ 、 $z = \sigma_C^2$  は正の重み(超パラメータ)、年令効果は I 個の、時代効果は J 個の、コウホート効果は K 個のパラメータで表され、本稿のシミュレーションの場合には、 I = 10、 J = 20、 K = 14となる

として表している。そして超パラメータx, y, z の値が、与えられたデータd の主観的な発生確率密度を最大にするように定められる。つまり、与えられたデータd を代入して計算される最小二乗正規回帰尤度 $f(d | \beta, \sigma^2)$  と上述の事前密度 $\pi$  との積である事後密度

 $f(d \mid \beta, \sigma^2) \pi(\beta \mid x, y, z)$ 

をパラメータ $\beta$ に関して積分し(ゼロ和制約を利用し一般平均 $\mu$ 以外の [I+J+K-3] 個のパラメータに関して積分し),その積分値

 $\int (f(d \mid \beta, \sigma^2) \pi(\beta \mid x, y, z)) d\beta$ 

を最大にするように、言い換えると ABIC を最小にするように、超パラメータx, y, z の値が定められる。

この ABIC を最小にする過程で、 $\beta$  の関数としての $f(d|\beta,\sigma^2)$ 曲面の山ないし尾根の位置と、 $\beta$  の関数としての $\pi(\beta|x,y,z)$ 曲面の山ないし尾根の位置とが、なるべく重なるようにx, y, z の値が調整されるものと考えられる。つまり、 $f(d|\beta,\sigma^2)$ を大きくするような $\beta$  の値に対して、 $\pi(\beta|x,y,z)$ が大きくなるようにx, y, z の値が調整される。なお、(14) 式の $B_0$  ベクトルと任意のt に対して

 $f(d \mid \beta + t \mid B_0 \mid \alpha / \beta + \nu)$ ,  $\sigma^2) = f(d \mid \beta, \sigma^2)$  なる関係が成立する。従って $f(d \mid \beta, \sigma^2)$  曲面は、切口が正規分布の形をし、水平な尾根がB 0 ベクトルの方向に限りなく続く、金太郎飴のような形をしていると考えられる。

このような調整の影響を分析するために、与えられた $\beta$ の値に対して(17)式の値を最大にするx, y, zの値がどのようになるか考えてみよう。今 $\beta$ を与えられたものとし、簡単のため次のような記号を導入する。

$$\begin{split} S_A &= \sum_{i=1}^{J-1} (\beta_i^A - \beta_{i+1}^A)^2 , \ S_P = \sum_{j=1}^{J-1} (\beta_j^P - \beta_{j+1}^P)^2 \\ S_C &= \sum_{k=1}^{K-1} (\beta_k^C - \beta_{k+1}^C)^2 \end{split}$$

そして(17)式の両辺の対数をとると

$$\begin{split} log\pi &= logH - \{(I-1)/2\} \, logx - \{(J-1)/2\} \\ &logy - \{(K-1)/2\} \, logz - (1/2) \{S_A / x\} \\ &+ (S_P / y) + (S_C / z) \} \end{split}$$

なる関係が成立する。従って $\pi$ を最大にするのは、 $\log \pi$ のx, y, zに関する偏導関数がそれぞれゼロに等しい、という条件を満たす

$$x = S_A / (I-1)$$
  $y = S_P / (J-1)$   
 $z = S_C / (K-1)$ 

なる値である。このことから明らかなように、 超パラメータx, y, z の値は $S_A$ ,  $S_F$ ,  $S_C$  の大き さに比例して調整され、各効果の一次階差の絶 対的な大きさの違いは、同等の精度で比較可能 なように調整される。

このように ABIC を最小にする超パラメータ の値をx, y, zで表すものとすれば、中村のベイズ解は事後密度

$$f(d \mid \beta, \sigma^2) \pi(\beta \mid \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \quad \cdots \quad (18)$$

を最大にする $\beta$ として与えられる。実際の計算 手続きは上述の積分を近似計算で求めるため若 干異なるが、論理的にはこのように考えてよい。 このことから次のような構造的問題が発生する。 なお、表1のシミュレーション結果からも明ら かなように、中村のベイズ解は一般的には大変 良い復元成績を示していることをここで付け加 えておきたい。

今中村のベイズ解を $\beta$ で表すものとし、 $\beta+t$  ( $B_0$  ベクトル)、なる新たな解を考えてみる。 ただし t は任意の実数値であり、 $B_0$  ベクトルは (14) 式で示される最小二乗解の一次元の解空間を構成するためのベクトルである。この新たな解に対する (18) 式の事後密度の値は

 $=f(d \mid \boldsymbol{\beta}, \sigma^2)\pi(\boldsymbol{\beta}+t (B_0 \land \mathcal{O} \land \mathcal{N}) \mid \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z})$ となる。というのは $B_0 \land \mathcal{O} \land \mathcal{N}$  に対して らかなように、任意のt に対して  $f(d \mid \beta + t \mid (B_0 \land \gamma \land h \mid \lambda), \sigma^2) = f(d \mid \beta, \sigma^2)$ なる関係が成立するからである。従って中村の ベイズ解が(18)式の事後密度を最大にしているのであるから,任意の t の値に対して  $\pi(\beta + t \mid (B_0 \land \gamma \land h \mid \lambda)) \mid x,y,z) \leq$ 

$$\pi(\beta|x,y,z)$$
 なる関係が成立しなければならない。つまり、

 $\pi(\beta+t)(B_0 \text{ ベクトル}) \mid x, y, z)$  は t=0 の時最大とならなければならない。このことは(17)式から明らかなように

$$\sum_{i=1}^{I-1} (\boldsymbol{\beta}_{i}^{A} - \boldsymbol{\beta}_{i+1}^{A} - 2t)^{2} / \boldsymbol{x} + \sum_{j=1}^{I-1} (\boldsymbol{\beta}_{j}^{P} - \boldsymbol{\beta}_{j+1}^{P} + 0.4t)^{2}$$

$$/\boldsymbol{y} + \sum_{k=1}^{K-1} (\boldsymbol{\beta}_{k}^{C} - \boldsymbol{\beta}_{k+1}^{C} - 2t)^{2} / \boldsymbol{z}$$

$$= \sum_{i=1}^{I-1} (\boldsymbol{\beta}_{i}^{A} - \boldsymbol{\beta}_{i+1}^{A})^{2} / \boldsymbol{x} + \sum_{j=1}^{I-1} (\boldsymbol{\beta}_{j}^{P} - \boldsymbol{\beta}_{j+1}^{P})^{2}$$

$$/\boldsymbol{y} + \sum_{k=1}^{K-1} (\boldsymbol{\beta}_{k}^{C} - \boldsymbol{\beta}_{k+1}^{C})^{2} / \boldsymbol{z} - 4t \{ (\boldsymbol{\beta}_{1}^{A} - \boldsymbol{\beta}_{I}^{A})$$

$$/\boldsymbol{x} - 0.2 (\boldsymbol{\beta}_{1}^{P} - \boldsymbol{\beta}_{J}^{P}) / \boldsymbol{y} + (\boldsymbol{\beta}_{1}^{C} - \boldsymbol{\beta}_{K}^{C}) / \boldsymbol{z} \}$$

$$+ 4t^{2} \{ (I-1) / \boldsymbol{x} + 0.04 (J-1) / \boldsymbol{y} + (K-1) / \boldsymbol{z} \}$$

$$\cdots \cdots (19)$$

がt=0の時最小となることを意味する。従って容易に分るように、(19)式の補助変数tの一次の項の係数はゼロでなければならない。よって中村のベイズ解は

$$(\boldsymbol{\beta}_{1}^{A} - \boldsymbol{\beta}_{I}^{A})/\boldsymbol{x} - 0.2(\boldsymbol{\beta}_{1}^{P} - \boldsymbol{\beta}_{I}^{P})/\boldsymbol{y} + (\boldsymbol{\beta}_{1}^{C} - \boldsymbol{\beta}_{K}^{C})$$

$$/\boldsymbol{z} = 0 \qquad (20)$$

なる関係を満たす。

実際に(20)式の関係が本稿のシミュレーションで成立しているかどうか、IE 解が示されていないタイプ 8 を除き、表 1 のすべてのタイプについて F

$$F = (\beta_1^A - \beta_I^A)/x - 0.2(\beta_1^P - \beta_I^P)/y + (\beta_1^C - \beta_K^C)/z$$

の値を計算してチェックすると,次のような結果が得られる。

$$\mathcal{G}$$
 $\mathcal{G}$ 
 $\mathcal{G}$ 

この結果から、計算誤差の範囲で、(20)式の関係が成立しているものと考えられる。

この (20) 式は次のような含意を持っている。 上述のように、F の値は中村のベイズ解から 計算されたが、同じ式を用いてパラメータの真 の値 (設定値) から計算した値を下で表そう。 つまり、パラメータの真の値 (設定値)  $\beta_1^A$ 、 $\beta_1^A$ 、 $\beta_1^B$  、 $\beta_$ 

$$\mathbf{F} = (\beta_1^A - \beta_I^A)/\mathbf{x} - 0.2(\beta_1^P - \beta_I^P)/\mathbf{y} + (\beta_1^C - \beta_K^C)/\mathbf{z}$$

と計算される。実際にこのFの値を計算してみると次のような結果が得られる。

タイプ 12 F=0.5906タイプ 13 F=0.5737タイプ 14 F=0.1951タイプ 15 F=-0.0208

明らかにタイプ2とタイプ6のFの値は大きいが、中村のベイズ解から計算したFの値は理論的にはゼロとなる(実際の計算では誤差のためゼロとはならないであろうが)。もしパラメータの真の値(設定値)と中村のベイズ解との差が小さければ、Fの絶対値はゼロに近い値となるはずである。従って、Fの絶対値が大きいということは、復元成績が悪いということを意味する。パラメータの真の値(設定値)が、

$$(\mathcal{A})$$
  $(\beta_1^A - \beta_I^A)$ ,  $-(\beta_1^P - \beta_I^P)$ ,  $(\beta_1^C - \beta_K^C)$ が同符号であり,

(ロ) 特にそれらの絶対値が大きい

という条件を満たす場合に、中村のベイズ解の 復元成績は落ちることになる。条件(イ)が満 たされなければ、上述のように超パラメータの 値が調整されるので復元成績が落ちるとは限ら ないものと推察される。以上の点は、表1のシ ミュレーション結果によって裏付けられている。

#### e. 外部情報の利用による IE 解の改善

既に上掲論文44頁で述べたように、IE 解の復元成績を改善するためには、外部情報の利用が必要であると考えられる。外部情報の利用法の一つは、中村流のベイジアン・アプローチを利用することである。このアプローチでは(18)式の値を最大にする $\beta$ が解として得られることから明らかなように、与えられたデータに対して超パラメータの値が調整されるものの、 $\beta$ に関する主観確率密度(事前密度)と最小二乗正規回帰尤度が同等の影響を及ぼし、得られる解は論理的には最小二乗正規回帰尤度を最大

にするとは限らない (実際には最大値に近い値 となっていても)。

外部情報を利用するもう一つの方法は、最小二乗正規回帰尤度を最大にする上述のような一次元の解空間の中から、復元成績の良い解を選択するために外部情報を利用する方法である。そのような方法の一つとして次のような方法が考えられる。つまり、(14) 式で示されるような最小二乗解の一次元の解空間の中から、補助変数 t と正の超パラメータx, y, z に関して(17)式の値ないしその対数値を最大にするような解を求める、という方法である。一次元の解空間上で(17)式の対数値は次のように表される。つまり、

$$\begin{split} SA(t) &= \sum_{i=1}^{I-1} (A_i - A_{i+1} - 2t)^2 \\ SP(t) &= \sum_{j=1}^{J-1} (P_j - P_{j+1} + 0.4t)^2 \\ SC(t) &= \sum_{k=1}^{K-1} (C_k - C_{k+1} - 2t)^2 \end{split}$$

なる記号を導入すると

$$\begin{split} log\pi &= logH - \{(I-1)/2\} logx - \{(J-1)/2\} logy - \{(K-1)/2\} logz \\ &- (1/2) \{(SA(t)/x) + (SP(t)/y) \\ &+ (SC(t)/z) \} \end{split}$$

と表される。従って  $\log \pi$  が最大になるのは、x、y、z、t に関する偏導関数がそれぞれゼロに等しい、という条件が満たされる場合である。その場合には

$$x = SA(t)/(I-1) \quad y = SP(t)/(J-1)$$
$$z = SC(t)/(K-1)$$

なる関係が成立し、logπの最大値は

(定数)
$$-(1/2)\{(I-1)\log SA(t)\}$$

$$+(J-1)logSP(t)+(K-1)logSC(t)$$

となる。従って  $\log \pi$  を最大にする t の値は

$$(I-1)logSA(t)+(J-1)logSP(t) + (K-1)logSC(t) \cdots (21)$$

を最小にするtの値である。また(21)式を最小にすることと、その真数である

$$(SA(t))^{I-1} (SP(t))^{J-1} (SC(t))^{K-1} \cdots (22)$$

を最小にすることは同じことである。そこで、 (21) 式ないし (22) 式の値を最小にする t の 値を $\omega$ で表せば、求める解は

「新たな IE 解」 +  $\omega$  ( $B_0$  ベクトル)

となる。

この方法による解は、単一効果の場合に、また年令効果・時代効果・コウホート効果のうち少なくとも一つの効果が無い場合に、真のパラメータの値を忠実に復元すると考えられる。と言うのは、適当なtの値を選ぶと、真のパラメータが近似的に(14)式で表されるので、(22)式の値がそのtの値に対して近似的にゼロとなり、最小になるからである。

この方法による解の復元成績の詳細な分析は時間的制約のため今後の課題として残しておきたい。

付記:なお、本節の著述にあたり、前著「コウホート分析における『識別問題』の克服―中村・IEモデルの比較検討―」をめぐり、2007年8月から9月にかけて統計数理研究所の中村隆氏との間で数週間にわたって交わされた私的なコミュニケーションが大変参考になった。この場を借りて厚くお礼申し上げます。

#### 6 結語

コウホート分析では社会のある経済行動,ここでは私的財である食品の消費が,その時々の所得・価格などの経済的要因と健康志向や家事労働節約などの社会的要因を含む時代的影響に加え,構成員個人の年齢および世代の3因子で説明されると仮定する。時代(t),年齢(i),出生世代(k)の間に存在する一次従属性(i+k=t)から,ある期間にわたって個人の年齢別データが(自由度を保証する)十分な数与えられても,通常の最小二乗回帰では3因子の影響を識別することはできない。

われわれはこれまで中村が「識別問題」を回 避するために開発したベイズ型モデルを用いて, 年齢・時代・世代効果を推定してきた。Yang et al.が2004年に米国の社会学会誌に発表した"intrinsic estimator"(IE) モデルをプログラム化 し, わが国のコメと鮮魚の家計内消費の分析の 適用したところ、中村モデルとほとんど変わら ない推計値が生まれ,ベイズ型モデルの有効性 に自信を強めた(田中他, 2007.7)。しかしそ の後同じ試みを牛肉などに適用すると, 両モデ ルの推計結果に相当の開きが生ずることが判明 した。対象品目のタイプ(年齢・時代・世代効 果の組み合わせ)によって、ベイズ型とIEに は「得意・不得意」があるのかもしれない、あ るいはいずれも「コウホート表」の3効果への 分解に十分成功していないのかもしれないとの 不安が生じた。本稿はその疑惑に答える試みの 一環である。予めいろいろの形(パラメータの 値と組み合わせ)で3効果を想定し、14の架空 の「コウホート表」を作成した。14のケースに 中村モデルと IE モデルを適用し、それぞれど の程度予め想定した3つの効果を復元するかを 検定した。

成果の一覧は表1に示されているが、中村モデルは4個の完全失敗ケースを除き、おおむね良好な成績をもたらしたが、IE は逆に4個のケースではきわめて良好な再現を示したが、残余のケースでは完全失敗か、それに近い成績であった。その理由の理論的解説は前節4および5で展開されているように、想定されたコウホートパラメータの組み合わせに対してはそれなりの根拠を有し、また難点を克服するためには、中村モデルにしろ、IE モデルではなお一層のこと、「外部情報」の利用を含む柔軟な工夫によって、「真に近い」推計結果を得る努力が必要であることが分かった。

本稿のシミュレーションにおいては,「真の値」は予め与えられており,年齢効果と世代効果の量的関係や時代効果の傾きなどは分っている。たとえば,コウホート表から時代効果は明らかに逓減的であるかに見えても,負のトレンドは新しいコウホートが古いコウホートに比べ著しく負の傾きを持っていることの反映で,

「真の」時代効果は中立的であるのかもしれない(鮮魚や生鮮果物がそれに近いと思われる: Mori et al., 2006.3;田中他, 2007.7など)。これから分析しようとする品目の「コウホート特性」(それぞれの効果の傾きや量的関係など)が分らない限り,前節5で示唆されている現実対応は難しい。しかし差し当たり次のような手続きは現実的な対応であろう。

中村モデルにしろ、IE モデルにしろ、はじめに推定された年齢・年次・世代効果を平滑化(四捨五入)して、年齢・年次・世代各効果のパターン(表1)を設定する。ランダムエラーを加えて、新しくコウホート表を合成し、それをコウホート分析する。若し再推計された3効果の値(と傾き)が、設定されたパターンをほぼ正しく復元していれば、モデルの適用は妥当と考えてよいだろう。中村モデルは正しく再現

するが、IEモデルは必ずしもそうではない場合は、IEモデルの適用にはなんらかの制約条件を付加することが必要なのであろう。あるいはその手の品目の分析には、IEモデルは適していないのかもしれない。vice versa である。

付記(三枝):ベイズ型推定に設定されている事前分布が、タイプ2、3、6および7の各データに対して不適切であるとして、(何らかの事前情報に基づいて)事前分布を改善することで、より良い結果が得られるであろうか?

試みに、コウホート成分の一次階差の事前分布を、平均a、分散vの正規密度に置き換えてみる。a はコウホート成分の LPS を表すパラメータであるが、vと共に超パラメータに含めて(aの正負が与えられたとして)ベイズ型推定を行う。再計算の結果は省略するが、いずれのタイプについても、評価A(表1の注1)の結果が得られる。

### 参考文献

秋谷重男(2006)『日本人は魚を食べているか』 漁協経営センター.

朝野熙彦(2001)「コウホート分析の比較方法論 的考察」森宏編『食料消費のコウホート分析 一年齢・世代・時代』専修大学出版局,347-366.

石井健一(1984)「コホート. モデルの不定解の 1つの表現とその応用」『応用統計学』13 (1), 31-36.

石橋喜美子(1988)「世帯のパターン別にみた水 産物消費動向の解析」『東海区水産研究所報 告』125号,45-57.

経済企画庁(1956)『昭和31年版経済白書』。

森宏・田中正光・稲葉敏夫(2004)「高齢化の進展の下で米・鮮魚の消費はどうなるか」『社会科学年報』38号,専修大学社会科学研究所,41-62.

森宏・D.Clason (2007)「社会科学研究のための コウホート分析―考え方と手法」『社会科学年 報』41号, 専修大学社会科学研究所, 17-38.

森島賢 (1984)「食料需要の動向」『農業経済研究』56 (2), 63-69.

中村隆(1982)「ベイズ型コウホート・モデル―

- 標準コウホート表への適用—」『統計数理研究 所彙報』29巻2号,77-97.
- 内閣府(2005)『平成17年版経済財政白書』.
- 農林水産省(1995)『平成6年度農業白書』.
- 田中正光・森宏 (2003) 「人口高齢化のもとで生 鮮果物消費はどうなるか? (1)(2)」『農業お よび園芸』78巻8号,845-50,9号,947-51.
- 田中正光・森宏・稲葉敏夫・石橋喜美子 (2004) 「清酒およびビールの家計消費の将来予測」 『季刊家計経済研究』2004 Winter, No.61, 50 -61.
- 田中正光・三枝義晴・森宏・川口雅正 (2007) 「コウホート分析における『識別問題』の克服―中村・IE モデルの比較検討―」『専修経済 学論集』42(1),1-44.
- 時子山ひろみ(1995)「食料消費構造における傾向的変化と所得弾力性—食料消費の『成熟』 に関する計量的考察」『農業経済研究』67 (1), 10-19.
- 山口貴久男(1987)『食のトレンドが変る』日本 経済新聞社.
- Fu, W.J. and P. Hall (2004) "Age-Period-Cohort Analysis: Structure of Estimations, Estimability, Sensitivity and Asymptotics," (unpublished), downloaded from the authors' homepage.
- Hall, B.H., J. Mairesse, and L. Turner (2005) Identifying Age, Cohort and Period Effects in Scientific Research Productivity: Discussion and Illustration Using Simulated and Actual Data on French Physicists, NBER Working Paper 11739, Cambridge, MA.
- Mason, W.M. and S.E. Fienberg, eds. (1985) Cohort Analysis in Social Research: Beyond the Identification Problem, New York, Springer-Verlag.
- Mason, Wm.M, and H.L.Smith (1985) "Age-Period -Cohort Analysis and the Study of Deaths from Pulmonary Tuberculosis," in ibid, 151-228.
- Mori, Hiroshi, eds. (2001) Cohort Analysis of Japanese Food Consumption---New and Old Generations, Tokyo, Senshu University Press.
- Mori, H., and Wm.D. Gorman (2001) "A Cohort Analysis of Japanese Food Consumption," in ibid, 229-272.
- Mori, H. and D.L. Clason (2004) "A Cohort Approach for Predicting Future Eating Habits: the Case of At-home Consumption of Fresh Fish and Meat in an Aging Japanese Society," *Inter-*

- national Food and Agribusiness Management Review, 7 (1), 22-41
- Mori, H.and D.L. Clason, and J. Lillywhite (2006) "Estimating Price and Income Elasticities for Foods in the Presence of Age-Cohort Effects," *Agribusiness: an International Journal*, 22 (2), 1-17.
- Mori, H., K. Ishibashi, D.L. Clason, and J.Dyck (2006) "Age-free Income Elasticities of Demand for Foods: New Evidence from Japan," *Annual Bulletin of Social Science*, No.40, Senshu University, 17-47.
- Nakamura, Takashi (1986) "Bayesian Cohort Models for General Cohort Tables," *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 38, 353-370,
- Rodgers, W.L. (1982) "Estimable Functions of Age, Period, and Cohort Effects," American Sociological Review, 47 (6), 774-787.
- Smith, L. Herbert (2004) "Response: Cohort Analysis Redux," Sociological Methodology, 2004, Vol. 34, The American Sociological Association, 111-119.
- Yang, Y., W.J. Fu, and K.C. Land (2004) "A Methodological Comparison of Age-Period-Cohort Models: The Intrinsic Estimator and Conventional Generalized Linear Models," *Sociological Methodology*, Vol. 34, The American Sociological Association, 75-119.

表1数値補録 品目タイプ別のベイズ型と IE の復元パーホーマンス

24 1 34		EC IL O KOLO	• / ·	
タイプ	最初に想定した各効果のバラッ キの大きさ	ベイズ型 (%)2	IE (%) <sup>2</sup>	ベイズ型推定時 の超パラメータ
	$GM^1$ ; $\sum A_i^2$ ; $\sum C_k^2$ ; $\sum P_t^2$	dev-A; dev-C; dev-P	dev-A; dev-C; dev-P	$\sigma_a^2$ ; $\sigma_c^2$ ; $\sigma_p^2$
1	15.0(0.5); 98.0; 32.0; 150.0	0.09; 1.64; 0.21	2.21; 29.17; 0.59	28;6; 2
2	15.0(0.5); 92.0; 126.0; 150.0	47.62; 102.17; 9.34	71.18;159.17; 14.21	12;4;32
3	15.0(0.1); 25.50; 28.28; 26.96	27.44; 69.38; 9.22	31.30; 88.65; 10.65	64;16;64
4	15.0(0.5); 94.0; 120.0; 33.98	0.12; 0.52; 0.81	31.74; 79.02; 28.41	32 ; 4 ; 0.5
5	15.0(0.5); 53.50; 71.50; 46.32	1.21; 3.22; 0.77	23.57; 58.09; 9.02	64;4; 2
6	15.0(0.5); 92.0; 126.0; 26.96	20.98; 45.12; 22.51	44.99;102.45; 49.69	64;2;4
7	15.0(0.5); 52.5; 376.0; 7.50	32.99; 9.36;180.13	144.5; 64.99; 328.0	16;64; 4
83	15.0(0.5); 52.5; 376.0; 7.50	0.26; 0.31; 66.89		16;64;0.02
9	25.0(0.5); 26.5; 58.0; 24.0	0.50; 0.54; 1.20	2.12; 7.13; 9.57	24;8;2
10	30.0(0.1); 34.82; 50.82; 252.5	0.02; 0.12; 0.04	12.11; 21.94; 0.49	30;21; 2
11	30.0(0.5); 115.2; 53.0; 252.5	3.26; 13.94; 0.62	4.12; 18.31; 0.75	28;3;4
12	40.0(0.5); 528.7; 612.7; 473.7	0.02; 0.08; 0.07	0.02; 0.43; 0.07	34 ; 12 ; 24
13	40.0(0.5); 127.8;2118.9; 26.96	0.10; 0.03; 1.19	110.53; 23.44; 169.84	21;32; 12
14	15.0(0.1); 86.15;126.98; 1.79	0.03; 0.07; 3.40	0.81; 3.40; 16.49	66;24; 16
15	15.0(0.5); 34.5; 48.5; 56.0	0.68; 0.78; 0.65	4.09; 3.34; 1.40	48;16; 32

注:1.括弧内の数字は、タイプ別にコウホート表を作成する時に与えたランダム・エラーの標準偏差。

 $<sup>2. \</sup>text{dev-}A = \sum E_A^2 / \sum A_i^2$ ;  $\text{dev-}C = \sum E_c^2 / \sum C_k^2$ ;  $\text{dev-}P = \sum E_p^2 / \sum P_i^2$   $(E_A$ ;  $E_C$ ;  $E_P$  は、年齢・コウホート・年次効果 の想定した値と理論値の残差)3. ABIC 最小化を無視し、時代効果に恣意的なペナルティーを課した。

**付録表1-1** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値―ベイズ型 vs  $\times$  E モデル(タイプ 1)

	想定した値						{ベイズ型}					{IE モデル}					
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	4.0	1979	-5.0	1	-2.5	20-24	3.98	1979	-4.84	1	-2.83	20-24	3.24	1979	-4.52	1	-3.97
25-29	4.0	1980	-5.0	2	-2.5	25-29	4.17	1980	-5.00	2	-2.66	25-29	3.61	1980	-4.73	2	-3.46
30-34	3.0	1981	-4.0	3	-2.0	30-34	3.05	1981	-3.94	3	-2.09	30-34	2.66	1981	-3.70	3	-2.97
35-39	2.0	1982	-2.0	4	-1.0	35-39	2.03	1982	-2.33	4	-1.02	35-39	1.77	1982	-2.11	4	-1.68
40-44	1.0	1983	-2.0	5	-0.5	40-44	0.84	1983	-1.97	5	-0.38	40-44	0.76	1983	-1.81	5	-0.82
45-49	-1.0	1984	0.0	6	-0.5	45-49	-1.14	1984	-0.07	6	-0.40	45-49	-1.06	1984	0.10	6	-0.45
50-54	-1.0	1985	-1.0	7	0.0	50-54	-1.07	1985	-1.03	7	-0.09	50-54	-0.84	1985	-0.92	7	-0.36
55-59	-3.0	1986	-2.0	8	0.5	55-59	-2.93	1986	-1.90	8	0.59	55-59	-2.52	1986	-1.84	8	0.83
60-64	-4.0	1987	-1.0	9	0.5	60-64	-3.98	1987	-1.14	9	0.34	60-64	-3.43	1987	-1.08	9	0.60
65-69	-5.0	1988	-1.0	10	1.0	65-69	-4.95	1988	-1.14	10	1.12	65-69	-4.21	1988	-1.12	10	1.39
SUM	0.0	1989	0.0	11	1.5	SUM	0.00	1989	0.14	11	1.60	SUM	-0.02	1989	0.13	11	2.25
		1990	1.0	12	2.0			1990	1.02	12	1.90			1990	0.98	12	2.59
		1991	1.0	13	2.0			1991	1.10	13	1.90			1991	1.00	13	3.00
		1992	2.0	14	1.5			1992	2.09	14	2.02			1992	1.97	14	3.06
		1993	3.0	SUM	0.0			1993	2.84	SUM	0.00			1993	2.69	SUM	0.01
		1994	2.0					1994	1.89					1994	1.72		
		1995	4.0					1995	4.00					1995	3.81		
		1996	3.0					1996	3.22					1996	2.97		
		1997	3.0					1997	3.04					1997	2.75		
		1998	4.0					1998	4.01					1998	3.71		
		SUM	0.0					SUM	-0.01					SUM	0.00		

**付録表1-2** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値―ベイズ型 vs IE モデル(タイプ 2)

	{想定した値}						{ベイズ型}						{IE モデル}					
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		
20-24	4.0	1979	-5.0	1	2.0	20-24	0.72	1979	-3.45	1	-2.99	20-24	-0.03	1979	-3.10	1	-4.35	
25-29	4.0	1980	-5.0	2	2.0	25-29	1.64	1980	-3.66	2	-2.25	25-29	1.07	1980	-3.36	2	-3.29	
30-34	3.0	1981	-4.0	3	3.0	30-34	1.20	1981	-2.95	3	-0.41	30-34	0.80	1981	-2.69	3	-1.53	
35-39	3.0	1982	-2.0	4	4.0	35-39	1.89	1982	-1.37	4	1.43	35-39	1.69	1982	-1.15	4	0.68	
40-44	0.0	1983	-2.0	5	4.0	40-44	-0.55	1983	-1.17	5	2.28	40-44	-0.63	1983	-0.99	5	1.92	
45-49	-2.0	1984	0.0	6	2.5	45-49	-1.78	1984	0.60	6	1.54	45-49	-1.69	1984	0.77	6	1.61	
50-54	-2.0	1985	-1.0	7	2.0	50-54	-0.97	1985	-0.51	7	1.54	50-54	-0.74	1985	-0.40	7	1.44	
55-59	-3.0	1986	-2.0	8	0.0	55-59	-1.09	1986	-1.54	8	0.49	55-59	-0.70	1986	-1.47	8	1.11	
60-64	-4.0	1987	-1.0	9	-2.0	60-64	-1.42	1987	-0.91	9	-0.94	60-64	-0.89	1987	-0.86	9	-0.57	
65-69	-3.0	1988	-1.0	10	-2.5	65-69	0.36	1988	-1.07	10	-0.55	65-69	1.13	1988	-1.05	10	-0.19	
SUM	0.0	1989	0.0	11	-3.5	SUM	0.00	1989	0.06	11	-0.80	SUM	0.01	1989	-0.02	11	-0.07	
		1990	1.0	12	-3.5			1990	0.81	12	-0.34			1990	0.77	12	0.28	
		1991	1.0	13	-4.0			1991	0.72	13	0.00			1991	0.64	13	0.96	
		1992	2.0	14	-4.0			1992	1.58	14	1.00			1992	1.46	14	2.00	
		1993	3.0	SUM	0.0			1993	2.18	SUM	0.00			1993	2.03	SUM	0.00	
		1994	2.0					1994	1.06					1994	0.87			
		1995	4.0					1995	3.06					1995	2.85			
		1996	3.0					1996	2.12					1996	1.87			
		1997	3.0					1997	1.80					1997	1.51			
		1998	4.0					1998	2.64					1998	2.33			
		SUM	0.0					SUM	0.00					SUM	0.01			

**付録表1-3** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値-ベイズ型 vs IE モデル(タイプ3)

	{	想定し	_ た値}			{ベイズ型}						⟨IE モデル⟩					
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	2.0	1979	-2.3	1	0.5	20-24	0.66	1979	-1.69	1	-1.53	20-24	0.57	1979	-1.64	1	-1.89
25-29	2.0	1980	-1.4	2	1.0	25-29	1.00	1980	-0.81	2	-0.56	25-29	0.92	1980	-0.77	2	-0.78
30-34	1.5	1981	1.7	3	1.2	30-34	0.77	1981	2.15	3	-0.06	30-34	0.72	1981	2.19	3	-0.21
35-39	1.0	1982	1.2	4	1.5	35-39	0.59	1982	1.53	4	0.48	35-39	0.57	1982	1.56	4	0.28
40-44	0.0	1983	-0.8	5	2.0	40-44	-0.16	1983	-0.50	5	1.30	40-44	-0.17	1983	-0.49	5	1.19
45-49	0.0	1984	-0.5	6	1.5	45-49	0.14	1984	-0.19	6	1.06	45-49	0.17	1984	-0.17	6	1.12
50-54	-0.5	1985	1.8	7	1.0	50-54	-0.03	1985	1.99	7	0.86	50-54	0.00	1985	2.01	7	0.91
55-59	-1.0	1986	1.5	8	0.3	55-59	-0.28	1986	1.64	8	0.42	55-59	-0.23	1986	1.65	8	0.57
60-64	-2.0	1987	-0.2	9	-0.5	60-64	-1.00	1987	-0.14	9	-0.08	60-64	-0.93	1987	-0.14	9	0.03
65-69	-3.0	1988	-0.6	10	-1.0	65-69	-1.69	1988	-0.55	10	-0.21	65-69	-1.61	1988	-0.55	10	-0.09
SUM	0.0	1989	-1.3	11	-1.5	SUM	0.00	1989	-1.36	11	-0.51	SUM	0.01	1989	-1.35	11	-0.40
		1990	-0.9	12	-1.5			1990	-0.99	12	-0.19			1990	-1.00	12	-0.14
		1991	-0.4	13	-2.0			1991	-0.54	13	-0.36			1991	-0.55	13	-0.14
		1992	1.1	14	-2.5			1992	0.88	14	-0.62			1992	0.87	14	-0.45
		1993	-0.5	SUM	0.0			1993	-0.76	SUM	0.00			1993	-0.79	SUM	0.00
		1994	-1.1					1994	-1.46					1994	-1.48		
		1995	0.3					1995	-0.06					1995	-0.08		
		1996	-0.1					1996	-0.55					1996	-0.58		
		1997	1.1					1997	0.59					1997	0.55		
		1998	1.4					1998	0.82					1998	0.77		
		SUM	0.0					SUM	0.00					SUM	0.01		

**付録表1-4** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値―ベイズ型 vs IE モデル(タイプ 4)

	{	想定し	,た値					ベイ	ズ型}					{IE ₹	デル		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	4.0	1979	2.5	1	2.0	20-24	3.89	1979	2.59	1	1.59	20-24	1.24	1979	3.83	1	-2.44
25-29	4.0	1980	2.0	2	2.0	25-29	4.09	1980	2.04	2	1.77	25-29	2.06	1980	3.03	2	-1.59
30-34	3.5	1981	1.5	3	3.0	30-34	3.50	1981	1.60	3	2.82	30-34	2.05	1981	2.46	3	-0.17
35-39	2.5	1982	1.5	4	4.0	35-39	2.49	1982	1.24	4	3.91	35-39	1.62	1982	1.96	4	1.67
40-44	0.0	1983	1.0	5	4.0	40-44	-0.17	1983	1.08	5	4.05	40-44	-0.45	1983	1.68	5	2.61
45-49	-1.5	1984	1.2	6	2.5	45-49	-1.62	1984	1.10	6	2.56	45-49	-1.33	1984	1.70	6	2.11
50-54	-2.0	1985	0.8	7	1.0	50-54	-2.03	1985	0.76	7	0.91	50-54	-1.17	1985	1.19	7	0.66
55-59	-3.0	1986	0.2	8	0.0	55-59	-2.87	1986	0.29	8	0.11	55-59	-1.41	1986	0.58	8	0.63
60-64	-4.0	1987	-0.2	9	-1.0	60-64	-3.90	1987	-0.20	9	-1.14	60-64	-1.89	1987	-0.15	9	-0.12
65-69	-3.5	1988	0.0	10	-2.5	65-69	-3.37	1988	-0.11	10	-2.31	65-69	-0.73	1988	-0.09	10	-0.74
SUM	0.0	1989	0.2	11	-3.5	SUM	0.01	1989	0.16	11	-3.30	SUM	-0.01	1989	0.30	11	-1.11
		1990	-0.5	12	-3.5			1990	-0.44	12	-3.52			1990	-0.64	12	-1.02
		1991	-1.0	13	-4.0			1991	-0.85	13	-3.91			1991	-1.21	13	-0.63
		1992	-1.0	14	-4.0			1992	-0.91	14	-3.52			1992	-1.34	14	0.13
		1993	-0.8	SUM	0.0			1993	-0.93	SUM	0.02			1993	-1.51	SUM	-0.01
		1994	-0.5					1994	-0.78					1994	-1.31		
		1995	-1.3					1995	-1.21					1995	-2.07		
		1996	-1.2					1996	-1.17					1996	-1.89		
		1997	-2.0					1997	-1.93					1997	-3.00		
		1998	-2.4					1998	-2.33					1998	-3.52		
		SUM	0.0					SUM	0.00					SUM	0.00		

**付録表1-5** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値―ベイズ型 vs IE モデル(タイプ 5)

	{	想定し	_ た値}					ベイ	ズ型}					{IE ₹	デル		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	2.0	1979	2.0	1	1.0	20-24	1.64	1979	2.33	1	0.22	20-24	0.20	1979	2.90	1	-1.98
25-29	2.0	1980	2.5	2	1.0	25-29	1.88	1980	2.59	2	0.45	25-29	0.79	1980	3.17	2	-1.44
30-34	3.0	1981	2.1	3	2.0	30-34	2.84	1981	2.09	3	1.55	30-34	2.08	1981	2.75	3	-0.22
35-39	3.0	1982	1.5	4	3.0	35-39	2.89	1982	1.36	4	2.70	35-39	2.45	1982	1.69	4	1.55
40-44	1.0	1983	2.0	5	3.0	40-44	0.79	1983	2.03	5	2.86	40-44	0.65	1983	2.44	5	2.12
45-49	-1.0	1984	1.0	6	2.5	45-49	-1.18	1984	1.04	6	2.47	45-49	-0.94	1984	1.30	6	2.22
50-54	-2.0	1985	0.0	7	2.0	50-54	-1.92	1985	0.10	7	1.88	50-54	-1.49	1985	0.24	7	1.77
55-59	-2.5	1986	0.5	8	0.0	55-59	-2.19	1986	0.58	8	0.20	55-59	-1.47	1986	0.78	8	0.83
60-64	-2.5	1987	0.0	9	-1.5	60-64	-2.17	1987	-0.02	9	-1.48	60-64	-1.10	1987	-0.02	9	-0.93
65-69	-3.0	1988	1.0	10	-2.0	65-69	-2.58	1988	0.80	10	-1.67	65-69	-1.17	1988	0.89	10	-0.90
SUM	0.0	1989	0.0	11	-3.0	SUM	0.00	1989	0.14	11	-2.57	SUM	0.00	1989	0.21	11	-1.26
		1990	-0.5	12	-3.0			1990	-0.47	12	-2.74			1990	-0.59	12	-1.46
		1991	-1.0	13	-3.0			1991	-0.90	13	-2.55			1991	-1.11	13	-0.87
		1992	-0.5	14	-2.0			1992	-0.51	14	-1.32			1992	-0.70	14	0.57
		1993	-1.0	SUM	0.0			1993	-1.20	SUM	0.00			1993	-1.52	SUM	0.00
		1994	-1.5					1994	-1.68					1994	-2.10		
		1995	-1.0					1995	-1.14					1995	-1.50		
		1996	-2.1					1996	-1.96					1996	-2.48		
		1997	-2.0					1997	-2.12					1997	-2.63		
		1998	-3.0					1998	-3.05					1998	-3.71		
		SUM	0.0					SUM	0.01					SUM	0.01		

**付録表1-6** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値―ベイズ型 vs IE モデル(タイプ 6)

	{:	想定し	_ た値}					ベイ	ズ型}					{IE ₹	デル		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	4.0	1979	-2.3	1	2.0	20-24	1.80	1979	-1.21	1	-1.33	20-24	0.77	1979	-0.76	1	-3.14
25-29	4.0	1980	-1.4	2	2.0	25-29	2.45	1980	-0.54	2	-0.74	25-29	1.67	1980	-0.19	2	-2.19
30-34	3.0	1981	1.7	3	3.0	30-34	1.82	1981	2.38	3	0.73	30-34	1.28	1981	2.83	3	-0.65
35-39	3.0	1982	1.2	4	4.0	35-39	2.29	1982	1.48	4	2.27	35-39	1.97	1982	1.80	4	1.29
40-44	0.0	1983	-0.8	5	4.0	40-44	-0.40	1983	-0.20	5	2.84	40-44	-0.52	1983	-0.01	5	2.36
45-49	-2.0	1984	-0.5	6	2.5	45-49	-1.88	1984	-0.07	6	1.90	45-49	-1.76	1984	0.09	6	1.85
50-54	-2.0	1985	1.8	7	2.0	50-54	-1.31	1985	2.05	7	1.61	50-54	-1.01	1985	2.27	7	1.50
55-59	-3.0	1986	1.5	8	0.0	55-59	-1.69	1986	1.78	8	0.33	55-59	-1.16	1986	1.94	8	0.99
60-64	-4.0	1987	-0.2	9	-2.0	60-64	-2.28	1987	-0.15	9	-1.35	60-64	-1.50	1987	-0.12	9	-0.92
65-69	-3.0	1988	-0.6	10	-2.5	65-69	-0.80	1988	-0.69	10	-1.20	65-69	0.25	1988	-0.67	10	-0.66
SUM	0.0	1989	-1.3	11	-3.5	SUM	0.00	1989	-1.19	11	-1.64	SUM	-0.01	1989	-1.22	11	-0.68
		1990	-0.9	12	-3.5			1990	-1.00	12	-1.44			1990	-1.07	12	-0.55
		1991	-0.4	13	-4.0			1991	-0.53	13	-1.31			1991	-0.67	13	-0.03
		1992	1.1	14	-4.0			1992	0.78	14	-0.67			1992	0.69	14	0.81
		1993	-0.5	SUM	0.0				-1.06	SUM	0.00				-1.31	SUM	-0.02
		1994	-1.1						-1.73						-2.03		
		1995	0.3						-0.35						-0.61		
		1996	-0.1						-0.58						-0.96		
		1997	1.1					1997	0.31						-0.08		
		1998	1.4					1998	0.52					1998	0.07		
		SUM	0.0					SUM	0.00					SUM	-0.01		

**付録表1-7** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値―ベイズ型 vs  $\times$  E モデル(タイプ 7)

	{	想定し	_ た値}				ベイ	ズ型	=ABI	Cmin	!			{IE ₹	デル}		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	3.0	1979	0.0	1	5.0	20-24	-0.16	1979	1.49	1	0.12	20-24	-1.69	1979	2.02	1	-1.91
25-29	3.0	1980	0.0	2	5.0	25-29	0.72	1980	1.20	2	0.99	25-29	0.07	1980	1.64	2	-0.73
30-34	2.0	1981	0.5	3	6.0	30-34	0.31	1981	1.56	3	2.76	30-34	-0.25	1981	1.99	3	1.14
35-39	1.0	1982	-0.5	4	6.0	35-39	-0.02	1982	0.15	4	3.54	35-39	-0.40	1982	0.42	4	2.59
40-44	0.5	1983	0.5	5	5.0	40-44	-0.01	1983	1.25	5	3.39	40-44	-0.07	1983	1.55	5	2.60
45-49	0.0	1984	0.0	6	4.0	45-49	0.21	1984	0.57	6	3.05	45-49	0.35	1984	0.84	6	2.92
50-54	-0.5	1985	-1.0	7	1.0	50-54	0.47	1985	-0.50	7	0.55	50-54	0.86	1985	-0.34	7	0.57
55-59	-2.0	1986	-0.5	8	0.0	55-59	-0.18	1986	-0.07	8	0.46	55-59	0.48	1986	0.08	8	0.53
60-64	-3.0	1987	0.0	9	-1.0	60-64	-0.54	1987	0.05	9	-0.13	60-64	0.30	1987	0.18	9	0.21
65-69	-4.0	1988	-1.0	10	-3.0	65-69	-0.80	1988	-1.02	10	-1.13	65-69	0.35	1988	-1.03	10	-0.50
SUM	0.0	1989	0.0	11	-5.0	SUM	0.00	1989	0.06	11	-2.46	SUM	0.00	1989	0.06	11	-1.18
		1990	1.0	12	-7.0			1990	0.80	12	-3.94			1990	0.71	12	-3.08
		1991	1.0	13	-8.0			1991	0.72	13	-4.26			1991	0.53	13	-0.90
		1992	0.5	14	-8.0			1992	0.10	14	-2.94			1992	-0.20	14	-2.25
		1993	0.0	SUM	0.0			1993	-0.78	SUM	0.00			1993	-1.18	SUM	0.01
		1994	-1.0					1994	-1.86					1994	-2.36		
		1995	0.0					1995	-0.89					1995	-1.37		
		1996	1.0					1996	0.10					1996	-0.35		
		1997	-0.5					1997	-1.61					1997	-2.20		
		1998	0.0					1998	-1.31					1998	-0.99		
		SUM	0.0					SUM	0.01					SUM	0.00		

**付録表1-8** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値—ベイズ型 vs IE モデル (タイプ 8 )

	{	想定し	、た値			一ベイ	ブ型} :	= P 効	果に重い	ハペナ	ルティ			{IE ₹	デル		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	3.0	1979	0.0	1	5.0	20-24	2.85	1979	0.09	1	4.62	20-24	-1.69	1979	2.02	1	-1.91
25-29	3.0	1980	0.0	2	5.0	25-29	3.06	1980	0.07	2	4.60	25-29	0.07	1980	1.64	2	-0.73
30-34	2.0	1981	0.5	3	6.0	30-34	1.98	1981	0.06	3	5.79	30-34	-0.25	1981	1.99	3	1.14
35-39	1.0	1982	-0.5	4	6.0	35-39	0.99	1982	-0.07	4	5.86	35-39	-0.40	1982	0.42	4	2.59
40-44	0.5	1983	0.5	5	5.0	40-44	0.33	1983	-0.05	5	5.05	40-44	-0.07	1983	1.55	5	2.60
45-49	0.0	1984	0.0	6	4.0	45-49	-0.12	1984	-0.15	6	4.04	45-49	0.35	1984	0.84	6	2.92
50-54	-0.5	1985	-1.0	7	1.0	50-54	-0.53	1985	-0.27	7	0.87	50-54	0.86	1985	-0.34	7	0.57
55-59	-2.0	1986	-0.5	8	0.0	55-59	-1.86	1986	-0.25	8	0.11	55-59	0.48	1986	0.08	8	0.53
60-64	-3.0	1987	0.0	9	-1.0	60-64	-2.87	1987	-0.21	9	-1.16	60-64	0.30	1987	0.18	9	0.21
65-69	-4.0	1988	-1.0	10	-3.0	65-69	-3.83	1988	-0.18	10	-2.81	65-69	0.35	1988	-1.03	10	-0.50
SUM	0.0	1989	0.0	11	-5.0	SUM	0.00	1989	0.05	11	-4.85	SUM	0.00	1989	0.06	11	-1.18
		1990	1.0	12	-7.0			1990	0.26	12	-6.92			1990	0.71	12	-3.08
		1991	1.0	13	-8.0			1991	0.31	13	-8.01			1991	0.53	13	-0.90
		1992	0.5	14	-8.0			1992	0.22	14	-7.19			1992	-0.20	14	-2.25
		1993	0.0	SUM	0.0			1993	0.05	SUM	0.00			1993	-1.18	SUM	0.01
		1994	-1.0					1994	-0.08					1994	-2.36		
		1995	0.0					1995	0.02					1995	-1.37		
		1996	1.0					1996	0.12					1996	-0.35		
		1997	-0.5					1997	0.01						-2.20		
		1998	0.0					1998	0.00					1998	-0.99		
		SUM	0.0					SUM	0.00					SUM	0.00		

**付録表1-9** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値―ベイズ型 vs  $\times$  E モデル(タイプ9)

	{	想定し	_ た値}					{~`~	(ズ型)					{IE ₹	デル}		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	-3.0	1979	2.0	1	1.0	20-24	-2.94	1979	2.09	1	1.13	20-24	-3.39	1979	2.34	1	-0.22
25-29	-2.5	1980	1.5	2	1.5	25-29	-2.27	1980	1.54	2	1.38	25-29	-2.60	1980	1.64	2	0.90
30-34	-1.0	1981	1.5	3	1.5	30-34	-0.90	1981	1.49	3	1.47	30-34	-1.14	1981	1.67	3	0.93
35-39	0.0	1982	0.5	4	2.0	35-39	0.08	1982	0.16	4	2.02	35-39	-0.09	1982	0.27	4	1.55
40-44	0.0	1983	1.0	5	2.5	40-44	-0.15	1983	0.98	5	2.64	40-44	-0.19	1983	1.09	5	2.30
45-49	0.5	1984	0.0	6	2.0	45-49	0.35	1984	-0.06	6	2.10	45-49	0.40	1984	0.03	6	2.20
50-54	1.0	1985	-0.5	7	1.5	50-54	0.90	1985	-0.48	7	1.37	50-54	1.04	1985	-0.47	7	1.34
55-59	1.0	1986	1.0	8	0.5	55-59	1.03	1986	1.05	8	0.60	55-59	1.27	1986	1.13	8	0.90
60-64	2.0	1987	0.0	9	0.0	60-64	1.94	1987	-0.13	9	-0.23	60-64	2.29	1987	-0.10	9	-0.01
65-69	2.0	1988	-1.0	10	-1.0	65-69	1.98	1988	-1.13	10	-0.95	65-69	2.41	1988	-1.14	10	-0.59
SUM	0.0	1989	0.0	11	-2.0	SUM	0.02	1989	0.12	11	-1.98	SUM	0.00	1989	0.14	11	-1.38
		1990	0.0	12	-2.5			1990	0.04	12	-2.71			1990	0.02	12	-2.23
		1991	0.5	13	-3.5			1991	0.59	13	-3.67			1991	0.55	13	-2.91
		1992	0.0	14	-3.5			1992	0.10	14	-3.19			1992	0.03	14	-2.78
		1993	-1.0	SUM	0.0			1993	-1.13	SUM	-0.02			1993	-1.23	SUM	0.00
		1994	-1.5					1994	-1.61					1994	-1.74		
		1995	0.0					1995	0.03						-0.09		
		1996	0.0					1996	0.22					1996	0.09		
		1997	-1.5					1997	-1.43					1997	-1.60		
		1998	-2.5					1998	-2.44					1998	-2.63		
		SUM	0.0					SUM	0.00					SUM	0.00		

**付録表1-10** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値一ベイズ型 vs IE モデル (タイプ10)

	{:	想定し	、た値					{ベイ	【ズ型】					{IE ₹	デル		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	-2.2	1979	-5.8	1	-2.6	20-24	-2.24	1979	-5.71	1	-2.80	20-24	-1.21	1979	-6.18	1	-1.31
25-29	-2.5	1980	-5.0	2	-2.4	25-29	-2.49	1980	-4.91	2	-2.38	25-29	-1.69	1980	-5.29	2	-1.08
30-34	-2.1	1981	-4.2	3	-2.3	30-34	-2.11	1981	-4.21	3	-2.26	30-34	-1.54	1981	-4.52	3	-1.17
35-39	-1.5	1982	-4.2	4	-2.1	35-39	-1.47	1982	-4.19	4	-2.10	35-39	-1.13	1982	-4.54	4	-1.30
40-44	0.0	1983	-3.0	5	-1.6	40-44	-0.01	1983	-3.09	5	-1.56	40-44	0.09	1983	-3.27	5	-1.00
45-49	0.9	1984	-3.6	6	-1.2	45-49	0.90	1984	-3.51	6	-1.20	45-49	0.78	1984	-3.76	6	-0.93
50-54	2.2	1985	-3.1	7	0.0	50-54	2.24	1985	-3.06	7	0.01	50-54	1.90	1985	-3.27	7	-0.02
55-59	2.6	1986	-1.6	8	0.5	55-59	2.59	1986	-1.62	8	0.48	55-59	2.02	1986	-1.71	8	0.37
60-64	2.1	1987	-0.5	9	1.2	60-64	2.08	1987	-0.56	9	1.19	60-64	1.30	1987	-0.60	9	0.79
65-69	0.5	1988	-0.1	10	1.4	65-69	0.52	1988	-0.07	10	1.48	65-69	-0.52	1988	-0.10	10	0.95
SUM	0.0	1989	0.6	11	1.9	SUM	0.01	1989	0.60	11	1.88	SUM	0.00	1989	0.59	11	1.05
		1990	1.9	12	2.2			1990	1.85	12	2.22			1990	1.96	12	1.21
		1991	2.3	13	2.5			1991	2.35	13	2.58			1991	2.42	13	1.34
		1992	3.7	14	2.5			1992	3.70	14	2.46			1992	3.84	14	1.10
		1993	5.5	SUM	0.0			1993	5.44	SUM	0.00			1993	5.70	SUM	0.00
		1994	6.3					1994	6.11					1994	6.51		
		1995	3.8					1995	3.88					1995	4.12		
		1996	2.9					1996	2.90					1996	3.23		
		1997	2.2					1997	2.20					1997	2.57		
		1998	1.9					1998	1.88					1998	2.30		
		SUM	0.0					SUM	-0.02					SUM	0.00		

**付録表1-11** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値一ベイズ型 vs  $\times$  E モデル(タイプ11)

	{	想定し	,た値					{~`~	(ズ型)					{IE ₹	デル		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	-3.2	1979	-5.8	1	-1.3	20-24	-2.33	1979	-5.99	1	-0.50	20-24	-2.17	1979	-6.06	1	0.01
25-29	-5.0	1980	-5.0	2	-2.5	25-29	-4.12	1980	-5.34	2	-1.48	25-29	-4.01	1980	-5.39	2	-1.24
30-34	-4.4	1981	-4.2	3	-2.4	30-34	-3.81	1981	-4.47	3	-1.56	30-34	-3.75	1981	-4.49	3	-1.53
35-39	-2.5	1982	-4.2	4	-2.3	35-39	-2.10	1982	-4.73	4	-1.50	35-39	-2.11	1982	-4.82	4	-1.54
40-44	1.9	1983	-3.0	5	-1.6	40-44	1.79	1983	-3.16	5	-0.92	40-44	1.85	1983	-3.23	5	-1.11
45-49	3.4	1984	-3.6	6	-0.4	45-49	3.20	1984	-3.81	6	0.02	45-49	3.13	1984	-3.87	6	-0.13
50-54	3.8	1985	-3.1	7	2.0	50-54	3.46	1985	-3.25	7	2.01	50-54	3.35	1985	-3.30	7	1.45
55-59	4.1	1986	-1.6	8	3.4	55-59	3.61	1986	-1.64	8	3.18	55-59	3.59	1986	-1.64	8	3.38
60-64	2.7	1987	-0.5	9	3.3	60-64	1.97	1987	-0.70	9	2.83	60-64	1.89	1987	-0.70	9	2.89
65-69	-0.8	1988	-0.1	10	2.0	65-69	-1.68	1988	-0.16	10	1.55	65-69	-1.77	1988	-0.26	10	1.82
SUM	0.0	1989	0.6	11	0.0	SUM	-0.01	1989	0.75	11	-0.55	SUM	0.00	1989	0.77	11	-0.30
		1990	1.9	12	0.4			1990	1.69	12	-0.62			1990	2.01	12	-0.97
		1991	2.3	13	0.2			1991	2.51	13	-1.02			1991	2.50	13	-0.95
		1992	3.7	14	-0.8			1992	4.04	14	-1.45			1992	3.95	14	-1.78
		1993	5.5	SUM	0.0			1993	5.52	SUM	-0.01			1993	5.55	SUM	0.00
		1994	6.3					1994	6.31					1994	6.41		
		1995	3.8					1995	4.12					1995	4.12		
		1996	2.9					1996	3.42					1996	3.46		
		1997	2.2					1997	2.59					1997	2.62		
		1998	1.9					1998	2.31					1998	2.36		
		SUM	0.0					SUM	0.01					SUM	-0.01		

**付録表1-12** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値―ベイズ型 vs IE モデル (タイプ12)

	{杰	見定し	た値}					ベイ	ズ型}				{	IEモ	デル		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	-10.87	1979	8.02	1	4.03	20-24	-10.88	1979	8.18	1	3.73	20-24	-10.88	1979	8.18	1	3.35
25-29	-10.90	1980	8.01	2	4.43	25-29	-10.72	1980	7.99	2	4.29	25-29	-10.71	1980	7.99	2	4.07
30-34	-8.61	1981	7.33	3	5.41	30-34	-8.54	1981	7.38	3	5.34	30-34	-8.49	1981	7.37	3	4.93
35-39	-3.92	1982	7.27	4	6.37	35-39	-3.88	1982	6.94	4	6.37	35-39	-3.89	1982	6.94	4	6.05
40-44	5.24	1983	6.18	5	7.43	40-44	5.08	1983	6.19	5	7.57	40-44	5.16	1983	6.18	5	7.08
45-49	6.40	1984	3.54	6	8.20	45-49	6.27	1984	3.49	6	8.27	45-49	6.27	1984	3.48	6	8.42
50-54	7.36	1985	0.93	7	5.13	50-54	7.29	1985	0.91	7	5.05	50-54	7.23	1985	0.89	7	5.32
55-59	6.08	1986	0.74	8	3.03	55-59	6.14	1986	0.82	8	3.09	55-59	6.15	1986	0.82	8	3.70
60-64	4.87	1987	-0.18	9	-3.13	60-64	4.85	1987	-0.31	9	-3.30	60-64	4.79	1987	-0.31	9	-2.26
65-69	4.35	1988	-0.69	10	-7.17	65-69	4.39	1988	-0.83	10	-7.05	65-69	4.36	1988	-0.84	10	-6.88
SUM	0.00	1989	-1.51	11	-7.75	SUM	0	1989	-1.37	11	-7.66	SUM	-0.01	1989	-1.34	11	-7.79
			-1.67	12	-7.42				-1.65	12	-7.55				-1.62	12	-7.80
		1991	-4.32	13	-8.80			1991	-4.22	13	-8.91			1991	-4.22		-8.67
			-4.98	14	-9.76				-4.88	14	-9.23				-4.89		-9.53
			-4.61	SUM	0.00				-4.75	SUM	0.01				-4.77	SUM	-0.01
			-4.94						-5.07						-5.07		
			-4.59						-4.56						-4.56		
			-4.71					1996	-4.49						-4.48		
			-4.53						-4.50						-4.49		
		1998	-5.29					1998	-5.26					1998	-5.26		
		SUM	0.00					SUM	0.01					SUM	0.00		

**付録表1-13** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値一ベイズ型 vs  $\times$  E モデル(タイプ13)

	{	想定し	,た値					{~`~	(ズ型)					{IE ₹	デル}		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	-2.6	1979	-2.3	1	5.6	20-24	-2.55	1979	-2.16	1	5.38	20-24	-8.58	1979	0.41	1	-4.05
25-29	-3.2	1980	-1.4	2	7.5	25-29	-2.96	1980	-1.42	2	7.44	25-29	-7.60	1980	0.85	2	-0.94
30-34	-3.5	1981	1.7	3	11.1	30-34	-3.39	1981	1.69	3	11.07	30-34	-6.73	1981	3.70	3	4.21
35-39	-3.0	1982	1.2	4	11.3	35-39	-2.94	1982	0.85	4	11.35	35-39	-4.91	1982	2.57	4	6.22
40-44	-2.6	1983	-0.8	5	12.3	40-44	-2.73	1983	-0.78	5	12.47	40-44	-3.38	1983	0.63	5	8.56
45-49	-1.0	1984	-0.5	6	11.5	45-49	-1.14	1984	-0.54	6	11.62	45-49	-0.47	1984	0.69	6	9.44
50-54	0.6	1985	1.8	7	11.2	50-54	0.51	1985	1.74	7	11.07	50-54	2.50	1985	2.71	7	10.30
55-59	3.8	1986	1.5	8	5.2	55-59	3.82	1986	1.56	8	5.29	55-59	7.14	1986	2.24	8	6.92
60-64	5.1	1987	-0.2	9	0.0	60-64	5.02	1987	-0.32	9	-0.24	60-64	9.68	1987	0.03	9	2.45
65-69	6.4	1988	-0.6	10	-6.8	65-69	6.37	1988	-0.75	10	-6.73	65-69	12.35	1988	-0.68	10	-2.71
SUM	0.0	1989	-1.3	11	-10.5	SUM	0.01	1989	-1.16	11	-10.48	SUM	0.00	1989	-1.22	11	-5.50
		1990	-0.9	12	-14.4			1990	-0.86	12	-14.58			1990	-1.21	12	-8.19
		1991	-0.4	13	-19.5			1991	-0.29	13	-19.72			1991	-0.95	13	-11.63
		1992	1.1	14	-24.5			1992	1.18	14	-23.94			1992	0.26	14	-15.08
		1993	-0.5	SUM	0.0			1993	-0.62	SUM	0.00			1993	-1.88	SUM	0.00
		1994	-1.1					1994	-1.20					1994	-2.66		
		1995	0.3					1995	0.33					1995	-1.37		
		1996	-0.1					1996	0.15					1996	-1.86		
		1997	1.1					1997	1.15					1997	-1.13		
		1998	1.4					1998	1.44					1998	-1.11		
		SUM	0.0					SUM	-0.01					SUM	0.02		

**付録表1-14** 年齢・年次・コウホート効果:想定した値と再現された値一ベイズ型 vs IE モデル (タイプ14)

	想定した値	}				ベイ	【ズ型】					{IE ₹	デル		
年齢 階級	年次	コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24 -3.88	3 1979 0.11	1	1.06	20-24	-3.96	1979	0.24	1	0.86	20-24	-4.31	1979	0.40	1	0.13
25-29 -3.93	3 1980 -0.25	2	1.40	25-29	-3.97	1980	-0.15	2	1.32	25-29	-4.25	1980	-0.01	2	0.74
30-34 -3.19	0.1981 - 0.35	3	1.69	30-34	-3.23	1981	-0.37	3	1.66	30-34	-3.39	1981	-0.26	3	1.08
35-39 -2.14	1982 0.01	4	2.50	35-39	-2.13	1982	-0.01	4	2.45	35-39	-2.25	1982	0.08	4	1.99
40-44 -0.43	3 1983 0.42	5	2.50	40-44	-0.46	1983	0.45	5	2.49	40-44	-0.48	1983	0.53	5	2.15
45-49 1.13	3 1984 0.16	6	3.31	45-49	1.15	1984	0.09	6	3.31	45-49	1.19	1984	0.18	6	2.97
50-54 2.37	7 1985 -0.04	7	3.27	50-54	2.37	1985	-0.02	7	3.23	50-54	2.47	1985	0.04	7	3.15
55-59 3.27	7 1986 -0.25	8	2.56	55-59	3.28	1986	-0.33	8	2.56	55-59	3.46	1986	-0.28	8	2.78
60-64 3.45	$5  ext{ } 1987  ext{ } -0.42$	9	0.00	60-64	3.49	1987	-0.39	9	0.06	60-64	3.74	1987	-0.39	9	0.56
65-69 3.35	$5  ext{ } 1988  ext{ } -0.41$	10	-1.58	65-69	3.47	1988	-0.43	10	-1.51	65-69	3.82	1988	-0.43	10	-1.20
SUM 0.00	1989 - 0.39	11	-2.28	SUM	0.01	1989	-0.38	11	-2.24	SUM	0.00	1989	-0.39	11	-1.91
	1990 - 0.29	12	-3.88			1990	-0.34	12	-3.81			1990	-0.37	12	-3.28
	1991 0.42	13	-4.29			1991	0.42	13	-4.28			1991	0.38	13	-3.84
	1992 0.68	14	-6.26			1992	0.73	14	-6.10			1992	0.67	14	-5.30
	1993 0.18	SUM	0.00			1993	0.09	SUM	0.00			1993	0.00	SUM	0.02
	1994 0.22					1994	0.18					1994	0.13		
	1995 0.07					1995	0.12					1995	0.03		
	1996 0.10					1996	0.09					1996	-0.02		
	1997 - 0.05					1997	-0.04					1997	-0.17		
	1998 0.08					1998	0.04					1998	-0.12		
	SUM 0.00					SUM	-0.01					SUM	0.00		

	{	想定し	_ た値}					{ベイ	(ズ型)					{IE ₹	デル		
年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート		年齢 階級		年次		コウ ホート	
20-24	-2.0	1979	-2.5	1	-2.5	20-24	-1.85	1979	-2.41	1	-2.57	20-24	-1.46	1979	-2.53	1	-2.35
25-29	-1.5	1980	-2.0	2	-2.0	25-29	-1.20	1980	-2.07	2	-1.97	25-29	-0.91	1980	-2.19	2	-1.47
30-34	-1.0	1981	-1.0	3	-1.5	30-34	-0.85	1981	-1.01	3	-1.41	30-34	-0.62	1981	-1.12	3	-1.26
35-39	1.0	1982	-1.0	4	0.0	35-39	1.09	1982	-1.36	4	0.12	35-39	1.20	1982	-1.49	4	0.13
40-44	2.5	1983	-0.5	5	1.5	40-44	2.36	1983	-0.52	5	1.72	40-44	2.40	1983	-0.64	5	1.62
45-49	3.0	1984	1.0	6	2.5	45-49	2.84	1984	0.92	6	2.65	45-49	2.81	1984	0.85	6	2.85
50-54	1.5	1985	1.0	7	2.5	50-54	1.37	1985	0.95	7	2.42	50-54	1.23	1985	0.89	7	2.39
55-59	0.5	1986	1.5	8	2.5	55-59	0.47	1986	1.56	8	2.58	55-59	0.27	1986	1.52	8	2.79
60-64	-1.5	1987	2.0	9	1.5	60-64	-1.62	1987	1.86	9	1.27	60-64	-1.93	1987	1.84	9	1.29
65-69	-2.5	1988	2.0	10	1.5	65-69	-2.62	1988	1.85	10	1.52	65-69	-2.98	1988	1.84	10	1.36
SUM	0.0	1989	3.0	11	-0.5	SUM	-0.01	1989	3.13	11	-0.53	SUM	0.01	1989	3.16	11	-0.24
		1990	2.0	12	-1.5			1990	2.04	12	-1.76			1990	2.07	12	-2.06
		1991	1.5	13	-2.0			1991	1.61	13	-2.29			1991	1.65	13	-2.56
		1992	1.0	14	-2.0			1992	1.12	14	-1.75			1992	1.17	14	-2.50
		1993	0.0	SUM	0.0			1993	-0.11	SUM	0.00			1993	-0.06	SUM	-0.01
		1994	-0.5					1994	-0.60					1994	-0.51		
		1995	-1.5					1995	-1.42					1995	-1.32		
		1996	-1.5					1996	-1.23					1996	-1.11		
		1997	-2.0					1997	-1.90					1997	-1.77		
		1998	-2.5					1998	-2.40					1998	-2.25		
		SUM	0.0					SUM	0.01					SUM	0.00		