

平成22年度入学試験問題

数 学

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験時間は120分です。
3. この問題の本文は全部で6ページです。
4. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
5. 解答用紙は3枚あります。ミシン目を折り曲げて、ていねいに切り離して使用してください。
6. 解答にあたっては、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用してください。
7. 解答に至るまでの過程も必ず明記してください。
8. 解答用紙に記入するときには、下記の点に注意してください。
 - (1) 1枚目の解答用紙には、氏名・受験番号を所定欄に記入し、該当するマーク欄を正確にマークすること。(機械処理上、非常に重要なので誤記のないよう注意してください。)
 - (2) 2枚目と3枚目の解答用紙にも氏名・受験番号を記入すること。
 - (3) 訂正する場合は、プラスチック消しゴムで完全に消してから改めて書き直すこと。
 - (4) 枠外の空白部分には何も書かないこと。
 - (5) 解答用紙は、折り曲げたり汚したりしないこと。
9. 問題冊子の余白等は適宜利用してかまいません。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

I 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^3 + 6x^2 + 3x - 10$

(2) $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$

(3) $(x + y + z + 2)(x + 2) + yz$

Ⅱ 遠くに見える塔の高さについて、以下の間に答えなさい。

- (1) 地点 A で塔の頂上を見上げる角度は 15° であった。塔に向かってまっすぐ水平に 350 m 進んだ地点 B では、塔の頂上を見上げる角度が 30° になった。視線の高さを基準にしたこの塔の高さを求めなさい。
- (2) 2 地点 AB 間の距離を d 、塔の頂上を見上げる角度を地点 A において α 、地点 B において β とするとき、視線の高さを基準とした塔の高さ h を d 、 $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$ によって表す式を求めなさい。

Ⅲ 赤い箱には赤球 6 個と白球 4 個，白い箱には赤球 3 個と白球 5 個がそれぞれ入っている。まず，赤い箱から球を 1 個取り出し，その後は取り出した球の色の箱から次の球を 1 個取り出すものとする。ただし，一度取り出した球はもとにもどさないものとする。

- (1) 1 回目に赤球を取り出す確率を求めなさい。
- (2) 2 回目に白球を取り出す確率を求めなさい。
- (3) 3 回取り出した結果が，赤球 1 個と白球 2 個となる確率を求めなさい。

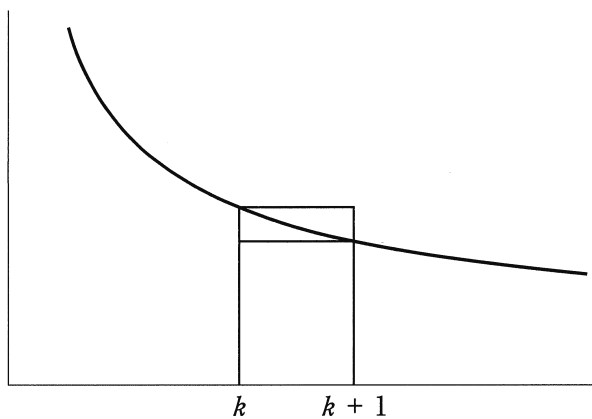
IV 下の図を参考にして、以下の問に答えなさい。

(1) 次の値 a , b , c を小さい順に並べなさい。

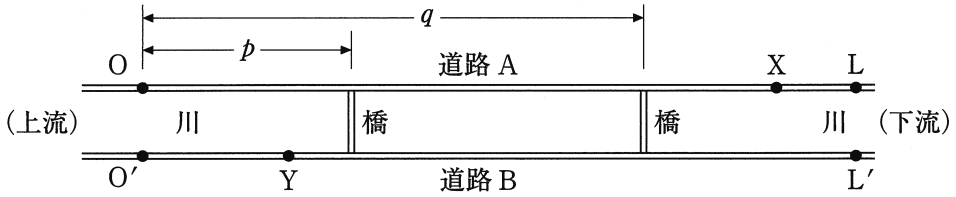
$$a = \frac{1}{\sqrt{k}}, \quad b = \frac{1}{\sqrt{k+1}}, \quad c = \int_k^{k+1} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

(2) 次の式を成立させる整数 n を求めなさい。

$$n < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{100}} < n + 1$$



V 図のように、川の両岸に並行して2本の道路 A, Bがあり、川にかかっている2本の橋で結ばれている。道路 A 上の2点 O, Lと対岸の道路 B 上の2点 O', L'を定め、OL間, O'L'間の距離を1とする。O, O'から2本の橋までの距離をそれぞれ $p, q(0 < p < q < 1)$ とする。

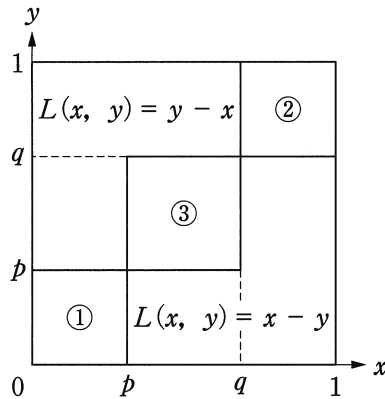


O から距離 $x(0 \leq x \leq 1)$ の下流にある道路 A 上の点を X とし、同様に O' から距離 $y(0 \leq y \leq 1)$ の下流にある道路 B 上の点を Y とする。点 X から橋を渡って点 Y まで行く最短の道のりを $L(x, y)$ で表す。このとき、橋は必ず渡るなのでその長さは $L(x, y)$ に含めない。また、道幅は無視するものとする。

$x \leq p \leq y \leq q$, または, $x \leq q \leq y$ のときは, $L(x, y) = y - x$ である。

同様に, $y \leq p \leq x \leq q$, または, $y \leq q \leq x$ のときは, $L(x, y) = x - y$ である。

$L(x, y)$ が同一の式で表される (x, y) の領域を平面上に表すと、次の図のようになる。ただし、中央の正方形の領域③はさらに2つに分割される。



- (1) $x \leq p$ かつ $y \leq p$ の領域①における式 $L(x, y)$ を求めなさい。
- (2) $q \leq x$ かつ $q \leq y$ の領域②における式 $L(x, y)$ を求めなさい。
- (3) $p \leq x \leq q$ かつ $p \leq y \leq q$ の領域③における式 $L(x, y)$ を求め、 $L(x, y)$ が同一の式で表される (x, y) の領域の境界を、解答用紙の図にかき加えなさい。
- (4) $0 \leq x \leq 1$ において定義される関数 $f(x) = L(x, x)$ のグラフをかきなさい。
- (5) 関数 $f(x)$ の最大値を最小にする p, q の値を求めなさい。